

МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ МЕМБРАН ВАКУУМНИХ КРИШОК: ПРОГИН, ТОВЩИНА

Ватренко О. В., д-р техн. наук, доцент

Одеська національна академія харчових технологій, м. Одеса

В статті виконано моделювання деформаційної поведінки мембран металевих кришок консервної скляної тари під час зберігання та оброблення пакованої продукції. На базі основного розрахункового рівняння в середовищі MATLAB R2008a було розроблено комп'ютерну програму для розрахунку залежності «тиск—прогин» та представлення її в графічному вигляді. Отримано деформаційні характеристики мембран залежно від зміни початкового прогину та товщини жерсті. Показано, що модель в якісному плані відповідає загальній картині роботи мембран і може використовуватись для удосконалення мембран та пояснення їх роботи зі зміною початкового прогину і товщини жерсті.

The article is devoted to deformation behavior modeling of lid membranes for glass can while storing and processing of packing products. Based on the basic equation a computer program has been developed in MATLAB R2008a for calculating dependence "pressure—deflection" and presenting it graphically. Membrane deformation characteristics have been obtained depending on the change of initial deflection and tin thickness. The article showed that model is corresponding to the overall picture of the membranes in terms of quality and can be used for improving membranes and providing an explanation for their work with changing initial deflection and thickness of tin.

Ключові слова: мембрана, втрата стійкості, критичний тиск, початковий прогин, вакуум, математична модель.

Світовий ринок харчових продуктів висуває досить жорсткі вимоги до захисних властивостей упаковки, особливо для продуктів тривалого зберігання та дитячого харчування, часто пакованих у скляну тару. Такі вимоги нерідко вступають у протиріччя з загальносвітовими тенденціями до ресурсозбереження та зменшення матеріалоемності упаковки.

Поширеним засобом фіксації початкового відкриття упаковки та герметичності системи закупорювання скляної тари є спеціальний рельєф центральної частини поля металевих кришок відомий як “контрольна кнопка”. Цей рельєф являє собою пружну мембрану, розташовану в центрі поля кришки. Мембрана виконує функцію індикатора, який в залежності від її стану — втягнутого або опуклого — свідчить про наявність або відсутність в упаковці вакууму, а отже, про її герметичність та сигналізує про її початкове відкриття.

В залежності від виду та режимів теплової обробки пакованої продукції, типорозміру скляної тари кришки виготовляються з жерсті різної товщини. Більшість кришок з мембранами на ринок України постачається закордонними виробниками, які мають значний досвід їх виробництва. Вітчизняні виробники кришок типу III, намагаючись задовольнити потреби ринку, також розпочали або будуть вимушені розпочати виробництво кришок з мембранами. Однак наявність мембрани ускладнює виробництво кришок через ускладнення штампового оснащення, необґрунтованість конструкції мембран та застосування жерсті з різними властивостями, а також незначний досвід їх виробництва або його відсутність. Загалом цей напрямок досліджень пов'язаний з удосконаленням технологій пакування, що забезпечують тривалий термін зберігання високої біологічної цінності продуктів харчування.

Питання розрахунку гнучких металевих пластинок розглядаються в теорії пружності. Зокрема в роботі [1] описана робота круглих гнучких пластинок з початковим прогином, закріплених у різний спосіб, за різних, відносно прогину, напрямків дії навантаження. Є роботи закордонних авторів, зокрема робота [2], де розрахунки гнучких пластин здійснюються методом скінченних елементів, що суттєво ускладнює розрахунки, хоча може дати досить точні результати. Стосовно консервної галузі були здійснені дослідження стійкості поля кришок типу I та типу III. Так в роботі [3], здійснено аналітичне та експериментальне дослідження стійкості поля кришок типу I з жерсті зменшеної товщини. В роботі [4] розглянуто питання стійкості поля кришок типу III-82, пов'язане зі зменшенням товщини жерсті. Розраховано критичний тиск на поле для різної товщини та твердості жерсті. Перевірено стійкість кришок для найбільш несприятливих випадків у процесі стерилізації консервів.

В роботі [2] здійснено розрахунки та аналіз гнучких пластин, які перенесли великі переміщення. У випадку мембран кришок мають місце невеликі порівняно з товщиною переміщення. В дослідженнях проведених автором раніше [4], поле кришки типу III розглядалося у варіанті без “контрольної кнопки”

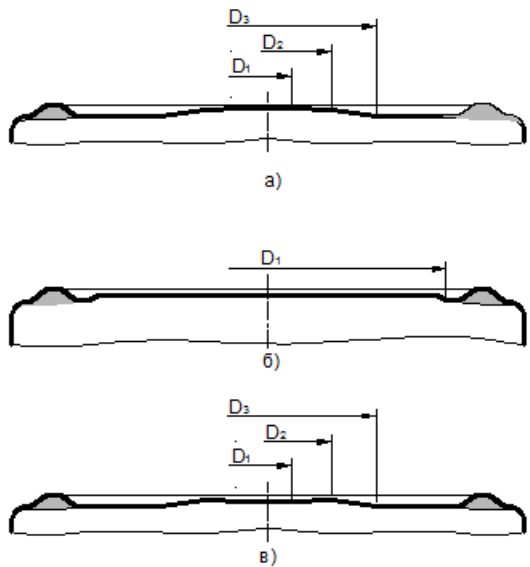
або її наявністю нехтували. Конструкція кришок типу I є застарілою і взагалі не передбачає наявності додаткової мембрани. В роботах [5—6] надано опис конструкції та принципу роботи мембран вакуумних металевих кришок для скляної тари. На базі математичного апарату теорії пластин та оболонок, з використанням методів інтегрування наведена методика наближеного розрахунку робочої частини мембрани та отримано рівняння взаємозв'язку тиску, геометричних параметрів та товщини мембрани.

Однак моделювання деформацій мембран в залежності від зміни їх основних характеристик та оцінки роботи математичної моделі, по відношенню до реальних об'єктів, виконано не було.

Мета даної статті полягає у визначенні характеристик деформації мембран залежно від зміни початкового прогину та товщини жерсті, з'ясуванні їх впливу на належне функціонування мембран та оцінці роботи математичної моделі за допомогою якої здійснювалося моделювання.

Кришки системи ТО за конструкцією поля виготовляються у двох модифікаціях з “кнопкою” та без “кнопки”, відповідно до замовлення (рис. 1 а та 1 б). Надалі “кнопку” називатимемо мембраною.

Вакуумні кришки з мембранами виготовляються рядом закордонних фірм. Мембрани функціонують за принципом контрольованої втрати стійкості (рис. 1 в). Вони втрачають стійкість не від якимось чином створеного зовнішнього тиску, а від виникнення вакууму в тарі, який спричиняє перепад тиску на поле кришки. Надалі цей перепад тиску називатимемо тиском.



а) мембрана в ненавантаженому стані;
б) без мембрани; в) мембрана у стані втрати стійкості

Рис. 1 — Поле кришки системи ТО

жорсткості для робочої частини мембрани, тобто виділяє контрольну кнопку в окрему функціональну одиницю на полі кришки, називатимемо її опорним конусом. Дотримуватимемо розрахункової схеми в якій робочий конус защемлений по контуру, з вільним радіальним зміщенням точок контуру (рис. 2).

Базова математична модель для аналізу роботи мембран [5], отримана на основі математичного апарату теорії пластин та оболонок з використанням методів інтегрування, має вигляд:

$$\frac{8}{3}Df - \frac{PR^4}{24} + \frac{1}{28}E\delta(f^3 - 3f^2f_{nc} + 2f_{nc}^2f) = 0 \quad (1)$$

де f_{nc}, f — початковий та додатковий прогини центра мембрани;

P — тиск (навантаження) на мембрану;

R — радіус контуру мембрани ($D_2/2$, (рис. 1);

E — модуль нормальної пружності матеріалу мембрани;

δ — товщина мембрани (жерсті);

μ — коефіцієнт Пуассона матеріалу мембрани.

Після перетворень основне розрахункове рівняння (1) було подано в загальній формі кубічного рівняння, тобто формули Кардано, і набуло вигляду прийнятного для програмування і комп'ютерного моделювання

Значення критичних тисків втрати стійкості та відновлення початкової форми, які визначають робочий інтервал функціонування існуючих мембран, загалом відомі і надаються фірмами-виробниками кришок. Отже завдання роботи полягає у тому, щоб шляхом математичного моделювання описати функціонування існуючих мембран. Якщо характеристика мембрани згідно моделі буде відображати роботу реальних об'єктів, то математична модель, за допомогою якої відбулося моделювання і створена на її основі комп'ютерна програма, може використовуватися при проектуванні нових та удосконаленні існуючих мембран.

Робочою частиною мембрани є пласка кругова ділянка діаметром D_1 , та кільцева конічна ділянка з малим кутом нахилу твірної діаметром D_2 . Робоча частина є найбільш чутливою до перепаду тиску і зазнає найбільших деформацій, називатимемо її робочим конусом. Зовні від робочої частини розташована інша кільцева конічна ділянка з більшим кутом нахилу твірної діаметром D_3 , за рахунок чого ця ділянка в процесі функціонування мембрани є менш активною і більш жорсткою. Вона служить вузлом

$$\zeta^3 - 3\zeta_{nc}\zeta^2 + 2\left(\zeta_{nc}^2 + \frac{28}{9} \frac{1}{1-\mu^2}\right)\zeta - \frac{7}{6}P^* = 0 \quad (2)$$

де $\zeta_{nc} = \frac{f_{nc}}{\delta}$ та $\zeta = \frac{f}{\delta}$ — початковий та додатковий безрозмірні прогини центра мембрани;

$P^* = \frac{PR^4}{E\delta^4}$ — безрозмірний тиск на мембрану.

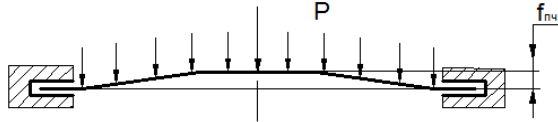


Рис. 2 — Схема закріплення мембрани

Комп'ютерне моделювання виконувалося в середовищі MATLAB R2008a. На основі формули Кардано було розроблено комп'ютерну програму для розрахунку ζ та P^* і подальшого представлення залежності «тиск—прогин» ($P^*(\zeta)$) в графічному вигляді. В результаті розв'язання кубічного рівняння використовувались лише дійсні корені.

На рис. 3 показані характеристики роботи мембран кришки ТО-82 для деяких можливих значень початкових безрозмірних прогинів $f_{nc2}=0,20$ мм, $\zeta_{nc2}=1,11$; $f_{nc3}=0,25$ мм, $\zeta_{nc3}=1,39$; $f_{nc4}=0,30$ мм, $\zeta_{nc4}=1,67$, а також для порівняння характеристика мембрани з нульовим $f_{nc1}=0$ мм, $\zeta_{nc1}=0$ початковим прогином. Інші геометричні та механічні параметри: $\delta=0,18$ мм; $R=12$ мм; $\mu=0,35$; $E=190 \cdot 10^9$ Па. Вони відповідають параметрам для маловуглецевої сталі.

Рівняння (2) можна виписати також в такій формі

$$\zeta^3 - 3\zeta_{nc}\zeta^2 + 2\zeta_{nc}^2\zeta + \frac{16}{3} \frac{1}{1-\mu^2}\zeta = \frac{7}{6}P^*. \quad (3)$$

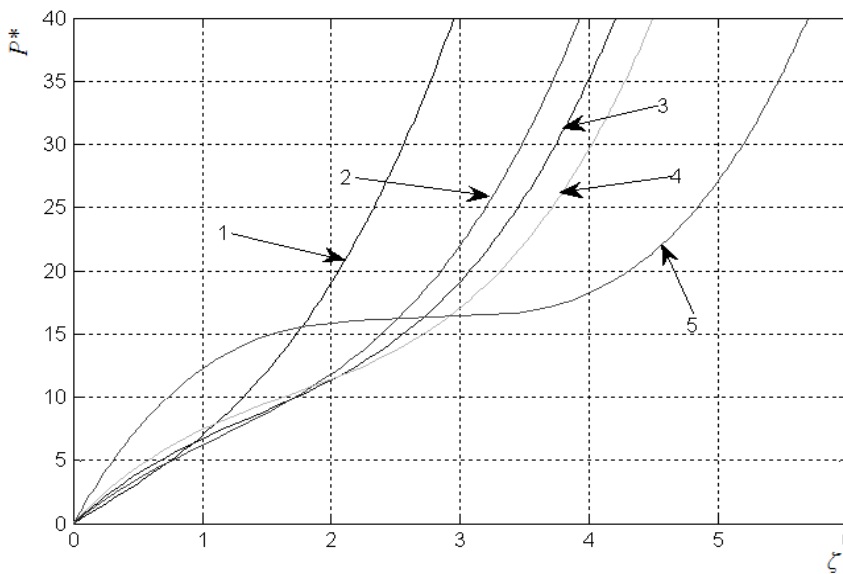
Тоді після перетворень отримаємо рівняння (2) в іншій загальній формі

$$A(\zeta^3 - 3\zeta_{nc}\zeta^2 + 2\zeta_{nc}^2\zeta) + B\zeta = P^* \quad (4)$$

де A та B — коефіцієнти.

Двічі диференціюємо (4)

$$\frac{d^2P^*}{d\zeta^2} = 6(\zeta - \zeta_{nc}) \quad (5)$$



1 — $\zeta_{nc1}=0$; 2 — $\zeta_{nc2}=1,11$; 3 — $\zeta_{nc3}=1,39$; 4 — $\zeta_{nc4}=1,67$; 5 — $\zeta_{nc5} \approx 2,67$.

Рис. 3 — Залежність між тиском та прогином для мембран металевих кришок

З рис. 3 видно, що крива 1, яка відповідає $\zeta_{nc1}=0$, являє собою відому характеристику плоскої мембрани. Подібну характеристику буде мати поле кришки без мембрани (рис. 1 б). Збільшення початкового прогину від ζ_{nc2} до ζ_{nc4} викликає порушення монотонності ходу кривої. Для точки $\zeta=\zeta_{nc}$ згідно (5) кожна крива, яка має порушення монотонності ходу, матиме точку перегину.

Зі зростанням початкового прогину порушення монотонності ходу кривої зростає. Порушення монотонності свідчить про наявність ділянки нестійкого режиму роботи мембрани. Цей режим роботи має місце в певному інтервалі, а саме

між критичними тисками P_1^* (тиск втрати стійкості) та P_2^* (тиск розвантаження) (рис. 4). Він і є режимом контрольованої втрати стійкості.

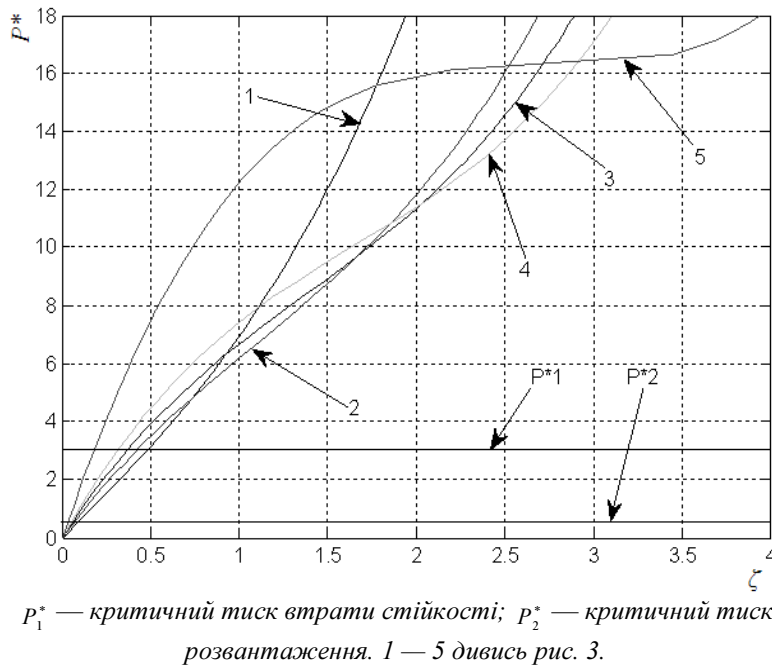


Рис. 4 — Робочий інтервал тиску мембран металевих кришок

раніше, вже при $\zeta_{nc2}=1,11$, причому в режимі контрольованої втрати стійкості Отже, порушення монотонності ходу кривої чітко вказує на наявність ділянки нестійкого режиму.

Розглянемо далі деформаційні характеристики мембрани кришки ТО-82 для деяких можливих значень товщини жерсті $\delta_1=0,14$ мм; $\delta_2=0,16$ мм; $\delta_3=0,18$ мм; $\delta_4=0,20$ мм. Інші геометричні та механічні параметри: $f_{nc}=0,25$ мм; $R=12$ мм; $\mu=0,35$; $E=190 \cdot 10^9$ Па.

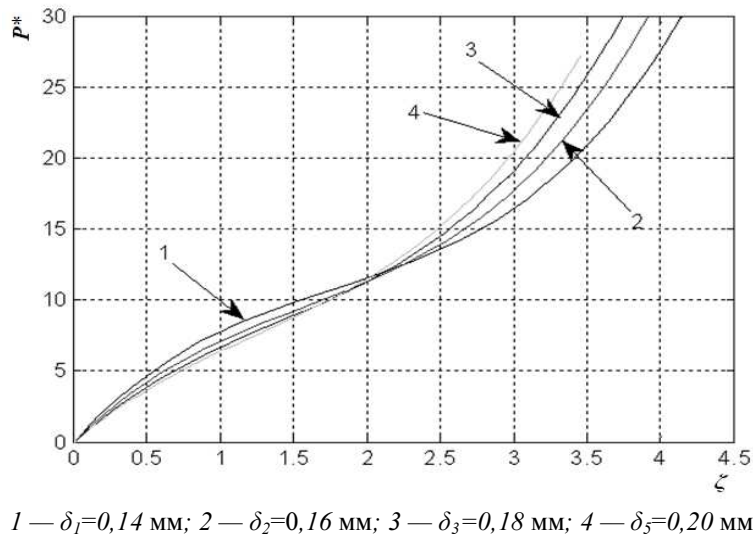


Рис. 5 — Залежність між тиском та прогином для мембран металевих кришок

Загалом можна констатувати, що в даному випадку нестійкий режим роботи є необхідною умовою функціонування мембран, заради цього він власне і потрібен, тобто є явищем корисним. Однак зі збільшенням ζ_{nc} інтервал між критичними тисками P_1^* та P_2^* по осі ординат буде розширюватися. Це означає, що нижній тиск, тобто тиск розвантаження, P_2^* може досягти значення 0 і перетнути вісь абсцис, тоді мембрана після втрати стійкості і розвантаження в початкове положення не повернеться і збереже пружний залишковий прогин.

При збільшенні початкового прогину понад $f_{nc5}=0,48$ мм, $\zeta_{nc5} \approx 2,67$ (рис. 3, крива 5) на кривій з'явиться петля. В суворому математичному плані ділянка нестійкого режиму роботи, згідно з розглядуваною моделлю, з'являється за умови появи на кривій ділянки від'ємної похідної, розташованої між двома екстремальними точками (перша — початок, друга — закінчення петлі), які відповідають критичним тискам. На цій ділянці зростання прогину ζ відбуватиметься при зменшенні навантаження P^* .

Однак, як показує практика для розглядуваних мембран нестійкий режим роботи має місце значно

Із рис. 5 видно, що криві мають порушення монотонності ходу кривої, яке залежить від товщини жерсті. Зі зменшенням товщини порушення монотонності зростає. Загалом зростання порушення монотонності кривої $P^*(\zeta)$ означає зростання ζ_{nc} , це видно також з рис. 3. І дійсно, кожну мембрану залежно від товщини можна охарактеризувати безрозмірним початковим прогином: $\delta_1=0,14$ мм, $\zeta_{nc1}=1,78$; $\delta_2=0,16$ мм, $\zeta_{nc2}=1,56$; $\delta_3=0,18$ мм, $\zeta_{nc3}=1,39$; $\delta_4=0,20$ мм, $\zeta_{nc4}=1,25$. Хоча абсолютний початковий прогин $f_{nc}=0,25$ мм при цьому залишається сталим.

Тиск розвантаження p_2^* пов'язаний з глибиною вакууму у тарі. Якщо вакуум буде падати і досягне нуля, як правило це означатиме, що тара негерметична. Але, якщо тара при цьому все ж герметична, а отже продукт якісний, але в тарі відсутній вакуум, то мембрана цього сигналізувати не буде, що є неприпустимим, оскільки наявність вакууму є однією з головних умов утримання кришки на банці при транспортуванні скляної тари з нарізними затворами.

Отже, якщо тиск p_2^* зрівняється з 0 або перетне нульову лінію мембрана припинить фіксувати (шляхом відновлення початкової форми) відсутність вакууму в тарі. Таким чином збільшувати f_{nc} або зменшувати δ (що є ідентичним) можна лише до певної межі інакше мембрана втратить функціональність.

Висновки.

1. Деформаційні характеристики мембран показують, що порушення монотонності ходу кривої означає появу нестійкого режиму роботи, який є режимом контрольованої втрати стійкості.

2. Порушення монотонності ходу кривої вказує на наявність режиму контрольованої втрати стійкості задовго до появи на ній петлі.

3. Деформаційні характеристики мембран показують, що зменшення товщини мембрани δ впливає на її властивості аналогічно до збільшення безрозмірного початкового прогину ζ_{nc} .

4. Якщо існує необхідність дотримання режиму контрольованої втрати стійкості то збільшувати f_{nc} або зменшувати δ слід дуже обережно, оскільки після втрати стійкості мембрана може перейти в режим пластичних деформацій і зберегти пружний залишковий прогин, втративши функціональність.

5. Модель в якісному плані відповідає описаній вище загальній картині роботи мембран і може використовуватись для удосконалення мембран та пояснення їх роботи.

В подальшому планується розглянути вплив зміни конструкції мембрани на її функціональність.

Література

1. Вольмир, А. С. Гибкие пластинки и оболочки [Текст] / А. С. Вольмир. – М.: Изд-во технико-теоретической лит., 1956. – 419 с.
2. Frank Pai, P. Total-Lagrangian Formulation and Finite-Element Analysis of Highly Flexible Plates and Shells [Text] / P. Frank Pai. // Mathematics and Mechanics of Solids. – 2007. – Vol. 12, Issue 2, – P. 213–250.
3. Котельников, А. Ф. Исследование условий изготовления и применения крышек из тончайшей жести для стеклянной консервной тары [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.14: защищена 27.04.73: / Котельников Анатолий Феофанович. – О., 1973. – 196 с.
4. Ватренко, О. В. Перевірка стійкості поля кришок типу III-82 [Текст] / О. В. Ватренко // Зб. наук. праць ХДУХТ. – 2009. – № 9. – С. 313–318.
5. Ватренко, О. В. Мембрани кришок консервної скляної тари (обґрунтування їх роботи) [Текст] / О. В. Ватренко // Упаковка. – 2014. – № 6. – С. 26–29.
6. Ватренко, О. В. Аналіз роботи мембран кришок консервної скляної тари [Текст] / О. В. Ватренко // Збірник наукових праць ВНАУ. Серія: Технічні науки. – 2014. – № 2(85). – С. 142–148

УДК 7.05-047.44:664.013

ОЦЕНИВАНИЕ УРОВНЯ ДИЗАЙНА НА ПРИМЕРЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ В ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

**Иванова Л. А., д-р техн. наук, профессор, Котлик С. В., канд. техн. наук, доцент,
Помазенко М. А., инженер**

Одесская национальная академия пищевых технологий, г. Одесса

Разработан метод и показатели для оценивания уровня дизайна технологического оборудования для пищевой промышленности. Выполнено оценивание уровня дизайна с использованием предложенного метода, комплексных и единичных показателей на примере зерновых сепараторов.

Представлены номенклатура, экспериментальные количественные значения показателя интегрального технического уровня оборудования. Показаны ранжировка и эстетические границы единичных показателей дизайна технологического оборудования.