

**МОДЕЛЮВАННЯ КОМБІНОВАНИХ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНОСУ.
ОПТИМІЗАЦІЯ ОБЛАДНАННЯ ТА СИСТЕМ**

УДК 66.081.63

**ВИЗНАЧЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЙ ФАЗ ПРИ МЕМБРАННОМУ ФІЛЬТРУВАННІ
РІДКИХ СЕРЕДОВИЩ**

**DETERMINATION OF THE PHASES CONCENTRATION AT
MEMBRANE FILTRATION OF THE LIQUID ENVIRONMENTS**

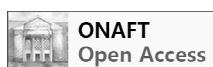
**Пашченко Б.С., аспірант, Штефан Є.В., д-р. техн. наук, професор,
Національний університет харчових технологій, Київ**

**Pashchenko B. S., Shtefan E. V.
National University of Food Technologies, Kiev, Ukraine**

Copyright © 2016 by author and the journal "Scientific Works".

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



У роботі запропоновано математичну модель процесу фільтрації рідких середовищ у мембранних технологіях. Модель побудована на основі положень механіки дисперсних середовищ. Тому вона дозволяє дослідити основні закономірності фільтрування рідких середовищ з врахуванням структури пористого каркасу мембрани, а також накопичення шару твердих відкладень при заданих експлуатаційних умовах. Запропоновано методику визначення концентрації твердої фази та газорідного дисперсійного середовища у межах дисперсної системи «мембрана-рідина», а також продуктивності мембранного фільтрування. В основу методики покладено розв'язання задач деформування вологонасиченої дисперсної системи у динамічній постановці. При цьому використовувався програмний комплекс PLAST-02. Для спрощення аналізу процесу відокремлення рідкої фази, розроблений алгоритм по визначенню кількості рідкої, яка вийшла за межі дисперсної системи. Дана методика застосовувалася для дослідження процесу тупикової фільтрації, який побудований так, що через стінки зайнятого дисперсною системою об'єму виходить тільки одна фаза, а інша повністю залишається у її складі. В результаті визначається, як закон змінення у часі маси рідини, що вийшла за межі дисперсної системи, так і закон змінення у часі концентрацій фаз. Результати даного дослідження можуть бути використані для розрахунку та проектування фільтрувальних установок на основі мембранних елементів, а також для аналізу зміни властивостей технологічного процесу розділення дисперсних систем.

In this work was offered the mathematical model of the filtration of liquid environments in the membrane technologies. The model is based on the provisions of the mechanics of dispersed environments. It also allows you to explore the basic laws of filtering liquid environments with taking into account the structure of the porous membrane frame, and also the accumulation layer of the solid deposits under the given operating conditions. The method of determining the concentration of solids phase and the gas-liquid dispersion medium in the rate of the dispersed system "membrane-liquid" was proposed; and also the productivity of the membrane filtration. The methodology charged with solving problems of the deformation of moisture-saturated disperse system. This was used software package PLAST-02. To simplify the analysis process of separating a liquid phase and created algorithm of determining the amount of liquid phase this went beyond the scope of the disperse system. This technique was used for researching the process of dead-end filtration, which is constructed so that through the walls of a busy volume of the disperse system goes only one phase and the other is completely remains in its composition. The result is defined changing the law at the time the mass of flows that went beyond and law of change over the time of the phase's concentrations. The results of this research can be used for calculation and design of filter plants which based on the membrane elements, and also for analysis of changes of the properties of the technological process of the separation of disperse systems.

Ключові слова: зміна концентрації, мембранне фільтрування, дисперсна система.

Keywords: the concentration change, membrane filtration, the dispersed environment.

Мембрана технологія забезпечує енергетично та екологічно доцільні варіанти процесів розділення та концентрування різноманітних середовищ, тому є однією із пріоритетних напрямків сучасної харчової промисловості.

Для проектування ультрафільтраційних установок пропонується використати інформаційну технологію проектування (ІТП) [4, 5]. Запропонований варіант ІТП розглядає процес проходження газорідної суміші крізь полімерну ультрафільтраційну мембрану у вигляді мультикомпонентної системи взаємопов'язаних

МОДЕЛЮВАННЯ КОМБІНОВАНИХ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНОСУ. ОПТИМІЗАЦІЯ ОБЛАДНАННЯ ТА СИСТЕМ

елементів: пористого каркасу мембрани, газорідної фази, що заповнює пори мембрани; тиску нагнітання, пристроїв закріплення мембрани та ін.

Розглянемо приклад «тупикової» ультрафільтрації, схематично представленій на рис. 1.

При «тупиковій» технології вологонасичена мембрана, як дисперсна система (ДС), змінює свій напружено-деформований стан, що приводить до відокремлення рідкої фази з подальшим накопиченням на поверхні мембрани твердого осаду. Товщина цього шару зростає з часом фільтрації, і, як наслідок, зі збільшенням товщини зменшується швидкість фільтрації. В результаті цього збільшується концентрація твердої фази в ДС. Всередині пористого каркасу мембрани виникає градієнт гідростатичного тиску P внаслідок її деформування. Це як правило, призводить до зменшення продуктивності мембрани. Після релаксації, викликаній зниженням тиску, потік може відновитися, але може і не досягти свого початкового значення в залежності від того, чи була деформація оборотною або незворотною.

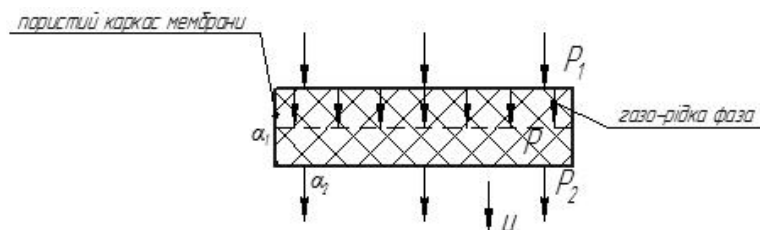


Рис. 1 – Схема «тупикової» ультрафільтрації: α_1 – концентрація твердої фази, α_2 – концентрація газорідної фази, u – вектори середньої швидкості переміщення частинок твердої фази, P_1 – тиск над мембраною, P_2 – тиск під мембраною, P – гідростатичний тиск в газорідній фазі

Для математичного описання вище зазначених явищ використовуються рівняння:

а) збереження маси, що для обох фаз відповідно мають вигляд [3, 4]:

$$\frac{\partial \rho_2}{\partial t} \alpha_2 + \operatorname{div}(\rho_2 \alpha_2 v) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} \alpha_1 + \operatorname{div}(\rho_1 \alpha_1 u) = 0;$$

де u , v – вектори середньої швидкості переміщення частинок твердої та газорідної фаз відповідно; ρ_1, ρ_2 – їхня середня густина; α_1, α_2 – об'ємні концентрації твердої та рідкої фаз відповідно.

б) рівняння збереження кількості руху в макро-координатах для:

а) твердої фази

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_2 \rho_2 v) + \operatorname{grad}(\alpha_2 \rho_2 v \times v) - \operatorname{grad}(\alpha_2 P) - F_2 + F^{(2)} = 0; \quad (2)$$

б) газорідної фази

$$\frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 \rho_1 u) + \operatorname{grad}(\alpha_1 \rho_1 u \times u) - \operatorname{grad}(\alpha_1 \sigma) - F_1 - F^{(1)} = 0, \quad (3)$$

де P – гідростатичний тиск в газорідній фазі; F_1, F_2 – вектори об'ємних сил твердій та газорідній фазах відповідно; σ – тензор напружень в твердій фазі; $F^{(1)}, F^{(2)}$ – сили міжфазної взаємодії.

Внаслідок рівності

$$P \cdot n = -\sigma \cdot n, \quad (4)$$

в точках внутрішніх поверхонь розподілу твердої та газорідної фаз (n – вектор нормалі до поверхні розподілу) виконується умова:

$$F^{(2)} = F^{(1)} = F^0 \quad (5)$$

Формальна сума рівнянь (2) і (3) описує збереження кількості руху у всіх макро-точках дисперсного середовища:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\alpha_1 \rho_1 u + \alpha_2 \rho_2 v) + \operatorname{grad}(\alpha_1 \rho_1 u \times u + \alpha_2 \rho_2 v \times v) - \\ & - \operatorname{grad}(\alpha_1 \sigma + \alpha_2 P) - \alpha_2 \mu \nabla^2 v - F_1 - F_2 = 0; \end{aligned} \quad (6)$$

Однак, в практичних розрахунках зручніше розглядати балансні рівняння кількості руху окремо для кожного з компонентів, тобто у формі рівнянь відносного руху твердої та газорідної фаз.

МОДЕЛЮВАННЯ КОМБІНОВАНИХ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНОСУ. ОПТИМІЗАЦІЯ ОБЛАДНАННЯ ТА СИСТЕМ

Вважається, що швидкості руху середовища невисокі, і це дає підставу нехтувати в рівняннях (2, 3) конвективними членами.

Якщо задати силу міжфазної взаємодії в формі [3], то:

$$F^0 = F^{(1)} = F^{(2)} = R + P \operatorname{grad} \alpha_2, \quad (7)$$

то, враховуючи, що $\alpha_1 = 1 - \alpha_2$, рівняння відносного руху твердої фази приймає вигляд:

$$\alpha_1 \left(\rho_1 \frac{du}{dt} - \rho_2 \frac{dv}{dt} \right) - \operatorname{grad} \sigma^f - \frac{R}{\alpha_2} - \alpha_1 (\rho_1 - \rho_2) G = 0; \quad (8)$$

де $R = \frac{\mu}{2} \alpha_1 \alpha_2 (v - u)$ ефективна сила в'язкого опору;

σ^f – тензор ефективних напружень.

Рівняння відносного руху газорідкої фази можна подати у вигляді:

$$\rho_2 \frac{dv}{dt} = -\operatorname{grad} P - \frac{R}{\alpha_2} + \rho_2 G, \quad (9)$$

де G – вектор прискорення сили ваги.

Зазначимо, що для процесів, які протікають повільно, (відсутні інерційні ефекти: $\rho_2 \frac{dv}{dt} = 0$; $\rho_2 G = 0$) рівняння (9) описує закон фільтрації в пористому ізотропному середовищі:

$$w = v - u = -\frac{a^2}{\mu \alpha_1} \operatorname{grad} P. \quad (10)$$

Отримане співвідношення аналогічне закону Дарсі [3]:

$$v - u = -\frac{k^P}{\alpha_1} \operatorname{grad} P, \quad (11)$$

де k^P – коефіцієнт проникності середовища.

Рівняння (2,3) описують поведінку суміші в динамічній постановці. Розв'язання цих рівнянь пов'язано із значними математичними труднощами. В той же час існують пакети програм, наприклад комплекс програм (КП) PLAST-02 [5], де задача фільтрування суміші чисельно розв'язується в квазістатичній постановці на основі розв'язання рівнянь (8) з використанням заданого розподілення тисків P в об'ємі ДС.

Для розв'язання поставленої задачі запропоновано методику, що складається з наступних етапів.

1. Інтервал часу тривалості технологічного процесу фільтрування дискретизується шляхом розподілу на певну кількість інтервалів Δt . З використанням КП PLAST-02 розв'язується задача по визначенню напружено-деформованого стану ДС під дією тиску нагнітання (рис. 1). В результаті визначається поле градієнту тиску P в об'ємі ДС, а далі визначається поле відносних швидкостей твердої та газорідкої фаз згідно формули (10).

2. Інтегруванням по границі зайнятого ДС об'єму за час Δt визначається маса рідини, яка вийшла за межі ДС. Вона умовно розділяється на дві складові частини:

а) рідина, що вийшла за рахунок ущільнення твердого каркасу мембрани:

$$\Delta m_1 = \Delta t \int_S \rho_1 \alpha_1 (w - q) n ds, \quad (12)$$

де n є вектор одиничної нормалі до поверхні, S є поверхня, яку займає тверда фаза, α_1 є об'ємна концентрація фази, ρ_1 є густина цієї фази;

б) рідина, що вийшла за рахунок фільтрації:

$$\Delta m_2 = \Delta t \int_S \rho_1 \alpha_1 w n ds, \quad (13)$$

де q є відомий вектор швидкості руху границі, що змінюється за рахунок стиснення мембрани; n є вектор одиничної нормалі до поверхні, S є поверхня, через яку може витікати 2-га фаза.

Слід зазначити, що при розглядуваному підході не використовуються класичні рівняння збереження маси (1). Замість цих рівнянь використовується співвідношення (12). Це пов'язано з тим, що класичні теорії багатофазних сумішей [1,2] замінюють суміш деяким гіпотетичним осередненим середовищем. В той же час технологічний процес мембранного фільтрування влаштований таким чином, що через стінки зайнятого ДС об'єму виходить тільки одна, а саме газорідка фаза, в той час як тверда фаза, повністю залишається у складі ДС. Цим пояснюється використання співвідношення (12) замість рівнянь збереження маси (1).

Знаючи кількість рідини, що вийшла за межі дисперсної системи, визначаються нові значення коефіцієнтів α_1 і α_2 . Ці коефіцієнти будуть вихідними параметрами для розв'язання задачі на наступному інтервалі часу.

МОДЕЛЮВАННЯ КОМБІНОВАНИХ ПРОЦЕСІВ ПЕРЕНОСУ. ОПТИМІЗАЦІЯ ОБЛАДНАННЯ ТА СИСТЕМ

Потім розв'язується задача для наступного інтервалу і так далі. В результаті визначається як закон змінення у часі маси рідини, що вийшла за границі мембрани, так і закон змінення у часі концентрацій фаз α_1 і α_2 .

Для мембрани, зображеної на рис.1, отриманий такий закон змінення концентрацій твердої та газорідкої фази у часі (рис. 2):

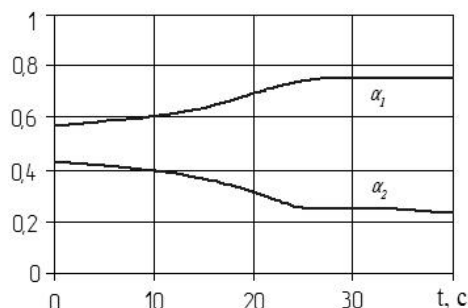


Рис. 2 – Закон змінення у часі концентрацій твердої та рідкої фаз у межах об'єму мембрани

Висновки. Таким чином, запропонований підхід дає змогу в задачах про фільтрування дисперсних сумішей визначити змінення концентрацій окремих фаз під час технологічного процесу.

Література

1. Нигматулин Р.И. Методы механики сплошной среды для описания многофазных смесей // ПММ, т.34. – №6, 1970. – с.1097-1112.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 848 с.
3. Механика насыщенных пористых сред / Николаевский В.Н., Басинев К.С., Горбунов А.Т., Зотов Г.А. – М.: Недра, 1970. – 339 с.
4. Штефан Е.В., Блаженко С.И. Построение аналитической модели процессов деформирования дисперсных материалов // Междунар. период. сб. науч. тр. Обработка дисперсных материалов и сред. Теория, исследование, технология, оборудование. Выпуск №13. – Одесса: НПО "ВОТУМ", 2003. – с.26-33.
5. Штефан Е.В. Моделирование поведения дисперсных систем у неравновесных процессах пищевых производств // Наукові праці УДУХТ. – №8, 2000. – с.63-66.
6. Свитцов А. А. Введение в мембранные технологии / А. А. Свитцов. – М.: ДеЛи принт, 2007. – 208 с.
7. Дытнерский Ю. И. Баромембранные процессы. Теория и расчет. / Ю. И. Дытнерский. – М.: Химия, 1986. – 272 с.
8. Аверина Ю. М. Интенсификация процесса аэрации при удалении ионов железа из воды: дис. канд. техн. наук: 05.17.01 / Аверина Юлия Михайловна. – М., 2015. – 157 с.

References

1. Nigmatulin, R.I. (1970), "Methods of continuum mechanics for describing of the multiphase mixtures", *PMM*, vol. 34, no. 6, pp. 1097-1112.
2. Loitsiansky, L.G. (1973), *Mekhanika zhidkosti i gaza* [The mechanics of the liquid and gas], Nauka, Moscow, Russia.
3. Nicholaevskiy, V.N., Basinev, K.S., Gorbunov, A.T. and Zotov, G.A., (1970), *Mekhanika nasushenyh poristuh sred* [The mechanics of saturated porous environments], Nedra, Moscow, Russia.
4. Stefan, E.V. and Blagenko, S.I. (2003), "Construction of analytical model of the processes of deformation of the dispersed materials", *Int. per. collect. sci. wr. Obrabotka dispersnykh materialov i sred. Teorija, issledovaniya, tekhnologiya, oborydivaniye* [Int. per. collect. sci. wr. Processing of the disperse materials and environments. Theory, research, technology, equipment], no. 13, pp. 26-33.
5. Stefan, E.V. (2000), "Modeling the behavior of the dispersed systems in nonequilibrium processes of food production", *Naykhovi pratsi YDYKHT* [The scientific work of USUFT], no. 8, pp. 63-66.
6. Svitsov, A.A. (2007), *Vvedeniye v membrannuyu tekhnologiyu* [Introduction to membrane technology], DeLi print, Moscow, Russia.
7. Dytnersky, Y.I. (1986), *Baromembrannyye protsessy. Teorija i raschet* [Baromembrane processes. Theory and evaluation], Khimiya, Moscow, Russia.
8. Averina, Yu.M. (2015), *Intensification of the aeration process at the removal of iron ions from water*, PhD. diss. (tech. sci.), Russian Chemical-Technological University of Mendeleev D.I., Moscow, Russia, 157 p.