

ТЕРМОДИНАМІЧНИЙ АНАЛІЗ ТА МОДЕЛЮВАННЯ

УДК 532.7+532.516.5

Сучасні методи моделювання багатофазних течій у трубопроводах нафтогазової галузі

Е. І. Альтман¹, Н. В. Волгушева², І. Л. Бошкова³✉, М. М. Кологривов⁴, А. В. Арику⁵

¹⁻⁵Одеська національна академія харчових технологій, вул. Канатна, 112, Одеса, 65039, Україна

✉ e-mail: ³boshkova.irina@gmail.com

ORCID: ¹<http://orcid.org/0000-0002-8934-2036>; ²<http://orcid.org/0000-0002-9984-6502>; ³<http://orcid.org/0000-0001-5989-9223>; ⁴<http://orcid.org/0000-0003-1959-8615>; ⁵<http://orcid.org/0000-0002-4043-7667>

Розглядаються питання надійного опису транспортування багатофазних вуглеводневих систем. Встановлено, що основними причинами, що ускладнюють експлуатацію трубопроводів і знижують їх продуктивність та ефективність, є висока відносна швидкість газової фази, утворення гідрофобних водонафтових емульсій, формування відкладень на стінках трубопроводів. Вивчаються методи аналітичних уявлень багатофазних течій у трубах при видобутку та транспортуванні вуглеводнів. Встановлено, що в нафтогазовій промисловості при вивченні багатофазних течій у трубі найбільшого поширення набули два підходи: багаторідинна модель і модель дрейфу. З точки зору фундаментальних досліджень, цікавить питання про зв'язок між багаторідинною моделлю і спрощеною моделлю дрейфу, і про межі застосування останньої. Вивчено модель дрейфу для нестационарних газорідинних течій у довгих трубопроводах, наведено результати розв'язання задач про гідравлічний транспорт твердої фази в трубах, а також представлений висновок асимптотичних рівнянь моделі дрейфу для течії розрідженої газорідинної дисперсної суміші в круглій трубі. Представлені припущення, прийняті при виведенні асимптотичних рівнянь багатофазної течії в трубі та обґрунтування застосування моделі дрейфу. Наведено рішення для профілю та швидкості дрейфу та проведено їх аналіз. На основі представлених у фахових виданнях даних вказується, що найбільш сильний вплив на результати вносить зміна амплітуди швидкості дрейфу у висхідних ділянках течії. Вивчення методів аналітичних досліджень має практичну значущість, зумовлену широким спектром додатків одновимірних моделей багатофазних течій у свердловинах та довгих трубопроводах. Визначено, що в даний час перевагу в дослідженнях має модель дрейфу, яка широко впроваджена в комерційні симулятори багатофазних течій для нафтогазових додатків та в узагальненому вигляді може бути використана для розвитку та покращення цих програмних продуктів.

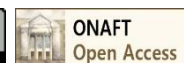
Ключові слова: Транспортування рідин; Свердловини; Трубопроводи; Модель дрейфу; Двофазні течії; Амплітуда швидкості

doi: <https://doi.org/10.15673/ret.v58i1.2310>

© The Author(s) 2022. This article is an open access publication

This work is licensed under the Creative Commons Attribution 4.0 International License (CC BY)

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>



1. Вступ

Інтерес до моделювання багатофазних течій у трубах обумовлений індустріальними додатками,

зокрема, необхідністю транспортування рідин та газів у нафтових та газових свердловинах та трубопроводах. Зацікавленість у моделюванні обумовлена особливостями видобутку та транс-

портування як нафти, так і природного газу. У процесі видобування, підготовки та транспортування природного газу, за наявності певних умов, компоненти природного газу та домішки, що містяться в ньому (наприклад волога), можуть переходити в рідкий та (або) твердий стан, а також утворювати досить стабільні в даних умовах тверді хімічні сполуки – газові кристалогідрати, або кригу. Газогідратні родовища (65-70 трлн м³) є в Україні на шельфі Чорного моря. Отже, перспектива для розвитку транспортування природного газу у вигляді гідратів метану в Чорному морі є достатньо значними. Для цього необхідно моделювання технології транспортування природного газу у вигляді газових гідратів (багатофазової суміші) до 100 морських миль. Багатофазні (гетерогенні) середовища – це середовища, у яких є ізольовані неоднорідності. Течія може бути багатофазною як у всій системі, якщо відбувається приплив декількох пластових рідин і газу в свердловину, так і в деякій її частині, якщо в стовбурі свердловини відбувається дегазація і розчинений у нафті газ виходить у вільний стан. У більшості робіт, присвячених трубопроводному транспорту багатофазних вуглеводнів, порушуються питання транспортування двофазних вуглеводневих систем, де підвищена увага звертається на режими перебігу газорідних та газових сумішей з виділенням потоку газової та рідкої фаз. Багатофазний потік вимагає досить ретельного контролю, відстеження, ретельного аналізу та управління. Основними причинами, що ускладнюють експлуатацію багатофазних трубопроводів та знижують їх продуктивність та ефективність, є кілька факторів: висока відносна швидкість газової фази, яка призводить внаслідок малого контакту з рідкою фазою до малопродуктивної витрати енергії газу; утворення гідрофобних водонафтових емульсій, які відчутно збільшують в'язкість суміші; формування відкладень на стінках трубопроводів, що знижують їх прохідний переріз. Коректний математичний опис явищ, що супроводжують газорідні течії в трубах, необхідний для планування гідродинамічних досліджень свердловин, інтерпретації отриманих результатів, і навіть під час проектування свердловин і трубопроводів. Ці процеси часто носять нестационарний характер і погано піддаються аналітичному дослідженню. Практичний інтерес становлять завдання не лише щодо газорідних течій у трубах, а й двофазні течії рідина-тверді частинки та рідина-капсули. Розви-

ток моделей багатофазних течій є важливим фундаментальним завданням. Метою роботи є формування уявлень про сучасні методи аналітичних описів багатофазних течій у трубах при видобутку та транспортуванні вуглеводнів.

2 Сучасний стан питань математичного моделювання багатофазних течій у трубах

Актуальність створення математичних моделей багатофазних течій у трубах обумовлена широким поширенням явищ, що мають місце при видобутку та транспортуванні вуглеводнів [1]. Актуальними також є питання обґрунтування таких моделей, а також визначення меж їх застосування. У нафтогазовій промисловості щодо багатофазних течій у трубі найбільшого поширення отримали два підходи [2]: багаторідинна модель та модель дрейфу. Системи рівнянь обох моделей містять середні по поперечному перерізу труби закони збереження, доповнені рядом припущень. З точки зору фундаментальних досліджень, цікавить питання про зв'язок між багаторідинною моделлю і спрощеною моделлю дрейфу, і про межі застосування останньої. Для замикання систем рівнянь багаторідинної моделі та моделі дрейфу використовується ряд додаткових співвідношень, які призводять до нестійкості [3]. Розвиток моделей двофазної течії, зокрема, необхідно для створення промислових симуляторів одновимірних багатофазних нестационарних течій [4]. У перших дослідженнях [5, 6] була встановлена класифікація можливих режимів перебігу суспензії в горизонтальних трубопроводах, що вважається вірною та загальноприйнятою досі. Відповідно до цієї класифікації, можна виділити такі режими:

- гомогенна течія: має місце, як правило, при відносно високих витратах, невеликій різниці густини несучої та твердої фази та відносно невеликих розмірах твердих частинок. Подібний режим перебігу успішно описується в рамках моделі ефективної рідини;

- гетерогенна течія: формується у разі, якщо ефекти осадження частинок твердої фази стають помітнішими порівняно з ефектами турбулентного перемішування. Для гетерогенного режиму необхідні, порівняно з гомогенним, низькі витрати, більша різниця густини, великі розміри частинок, великі концентрації твердої фази;

- течія з формуванням осаду: має місце, якщо ефекти осадження домінують над турбулентним

перемішуванням. Суспензія над шаром осаду може бути як гомогенною, так і гетерогенною.

Останній випадок найпоширеніший. Визначення осаду певною мірою умовне і припускає існування області з концентрацією твердої фази, близької до максимально можливої концентрації випадкової упаковки. Також можуть бути виділені як мінімум два підрежими:

– течія з рухомих осадом: результуюча сила, що діє на осад, достатня для його прослизання щодо стінки;

– течія зі стаціонарним осадом.

У випадку, якщо осад рухається, всередині нього може бути відносно зсувне переміщення частинок, як правило, усередині шарів, що ковзають одна щодо одної. Для формування рухомого осаду необхідні, порівняно зі стаціонарним, більш високі витрати, менші різниці густини, і нижчі концентрації. На межі осаду та суспензії мають місце процеси осадження та ресуспензування.

У повністю розшарованій течії всі тверді частинки укладені в осаді, над яким тече чиста рідина. Між шарами може статися незначний обмін масою з допомогою сальтації, тобто тимчасового відриву частинок від поверхні та перенесення потоком на невелику відстань з подальшим осадженням. Підтримка низької швидкості течії доцільна для мінімізації потужності, необхідної для прокачування суспензії [1]. У той же час швидкість повинна бути дещо вищою за критичну, при якій починається формування осаду твердої фази на стінках труби і, як наслідок, різко зростають втрати на тертя. Зважаючи на надзвичайну важливість цієї характеристики, для неї було запропоновано велику кількість кореляцій.

Автори [7] розглянули три умовні зони течії: рухливий осад у нижній частині труби, зсувний шар над осадом та турбулентний шар у верхній частині труби. В осаді передбачалася відсутність зсуву та приблизна рівність концентрації твердої фази та концентрації пухкої упаковки. Також вважалося, що у зсувному шарі частинки підтримуються у зваженому стані за рахунок комбінованого ефекту взаємодії з турбулентними вихорами та міжчастковими взаємодіями. Концентрація твердої фази вважалася лінійною функцією висоти. Передбачалося, що у верхньому шарі частинки підтримуються виключно турбулентною дифузиею. Для обчислення профілю швидкості течії залучалося додаткове припущення про пропорційність зсувних напруг, викликаних взаємодією

частинок твердої фази, нормальним напруженням [8]. У більшості експериментальних та теоретичних робіт на тему гідравлічного транспорту непроникних тіл використовується модель нестискаємої ньютонівської рідини у турбулентному режимі течії у зазорі між тілом та стінками труби. Метою таких досліджень зазвичай є побудова моделі, що дозволяє визначити такі практично значущі параметри процесу, як швидкість руху тіла та перепад тиску, необхідний для його транспортування.

3. Аналітичне представлення транспортування багатофазних середовищ на основі методу дрейфу

Для моделювання транспортування багатофазних середовищ необхідно враховувати три припущення: 1 – розміри неоднорідностей набагато більші за відстань між молекулами; 2 – розміри неоднорідностей набагато менші, ніж діаметр та розміри трубопроводу; 3 – середа розглядається як суцільний потік у вигляді безперервної рідкої та газової фаз.

У роботі [1] розглянуто кілька завдань, пов'язаних із описом багатофазних течій у трубопроводах. Вивчено модель дрейфу для нестационарних газорідинних течій у довгих трубопроводах, наведено результати розв'язання задач про гідравлічний транспорт твердої фази в трубах, а також представлений висновок асимптотичних рівнянь моделі дрейфу для течії розрідженої газорідинної дисперсної суміші в круглій трубі, записані для кожної фази в багатоконтинуальному наближенні. Модель дрейфу виведена із законів збереження, записаних у рамках дворідинного підходу для кожної фази та визначення межі застосування моделі дрейфу в безрозмірних параметрах [1]. Модель дрейфу заснована на співвідношеннях швидкостей фаз і рівнянні збереження імпульсу суміші в термінах середньоб'ємної швидкості. Для виведення співвідношення дрейфу для швидкостей фаз, коли одна з фаз є дисперсною, а інша – безперервною, слід лише припустити, що масштаб задачі набагато більший за масштаб релаксації швидкостей фаз. При виведенні рівняння збереження імпульсу суміші передбачається, що об'ємна частка дисперсної фази мала, або прослизанням фаз можна знехтувати, або справедливе припущення про безінерційний режим течії, коли прискоренням

суміші в цілому можна знехтувати. У той же час показано, що відома модель дрейфу в класичному формулюванні, в якій рівняння закону збереження імпульсу суміші записано у вигляді суми рівнянь збереження імпульсу фаз, впливає із законів збереження лише при прийнятті умови [9]. У чисельних експериментах встановлено, що при малих числах Маха умова ϵ і достатньою [10]. Запропоновано чисельну схему вирішення рівнянь моделі дрейфу на основі методу SIMPLE. Проведено розрахунки та подано результати для гравітаційної сегрегації газу та рідини у вертикальній трубі, відновлення тиску при закритті добувної свердловини, що показало гарну згоду з аналітичними рішеннями для зазначених випадків [10]. Результати моделювання добре відтворюють якісні особливості течії, проте точність кількісних результатів для аналізованого набору даних змінюється від експерименту до експерименту. Додаток моделі дрейфу до опису пробкового режиму течії у трубопроводах W-подібної геометричної конфігурації з декількома секціями змінного кута нахилу до горизонту раніше не розглядалося.

Моделі на основі багаторідинного підходу впроваджені в комерційні симулятори, наприклад, OLGA (SPT Group, Schlumberger), LedaFlow (Kongsberg) та MAST (TEA Sistemi). У рамках багатоконтинуального підходу [12] опосередковані за перерізом довгої труби ($d \ll L$, рис. 1) одновимірні нестационарні рівняння законів збереження маси та імпульсу для кожної з фаз, доповнені співвідношенням на об'ємні частки та рівняннями стану фаз, мають вигляд [2]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_i \rho_i v_i) = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i v_i) + \frac{\partial}{\partial z}(\alpha_i \rho_i v_i^2) = -\alpha_i \frac{\partial p}{\partial z} + \alpha_i \rho_i g \cos \theta + F_i^p + F_i^{\tau} \quad (2)$$

$$\alpha_l + \alpha_g = 1 \quad (3)$$

$$\rho_i = \rho_i(p) \quad (4)$$

де z – координата вздовж труби; t – час; індекси l, g відносяться до рідкої та газової фаз відповідно; α_i, ρ_i, v_i – осереднені значення об'ємних часток, густини і швидкостей фаз; p – середній тиск, який передбачається однаковим в обох фазах; g – прискорення сили тяжіння; θ – кут нахилу труби до вектора сили тяжіння, F_i^p – сили міжфазної взаємодії за рахунок тиску (далі, міжфазні сили тиску) для i -ої фази, F_i^{τ} – сили тертя, що

включають сили міжфазного тертя і тертя об стінку.

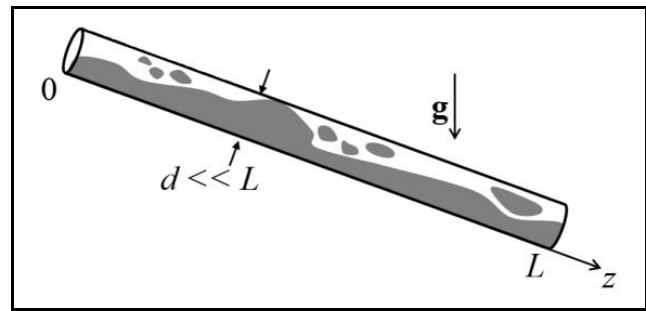


Рисунок 1 – Схема двофазної течії у трубопроводі

При виведенні асимптотичних рівнянь багатофазної течії в трубі та обґрунтуванні застосування моделі дрейфу застосовувалася методологія, викладеної в [11]. Розглядається нестационарний ізотермічний перебіг газорідинної суміші в довгій трубі круглого перерізу зі змінним кутом нахилу до горизонту. Течія вважається осесиметричною і не закрученою. Рідина є безперервною несучою фазою. Газ є дисперсною фазою і представлений у вигляді дрібних сферичних пухирців однакового діаметра, зважених у рідині. Газ вважається стисливим, рідина нестисловою. Процес поперечної міграції по перерізу труби та злиття бульбашок не розглядається, проте враховується неоднорідний профіль об'ємної концентрації бульбашок, що сформувався внаслідок міграції. Різниця тиску всередині бульбашок і рідини, обумовлена поверхневим натягом, не враховується. Вважається, що розміри бульбашки набагато менші за просторові масштаби зміни поля швидкості рідини і число Рейнольдса для обтікання бульбашки мало. Двофазний перебіг розглядається на основі моделі двох взаємопроникних та взаємодіючих континуумів [12]. Завдання описується законами збереження маси та імпульсу у диференціальній формі, записаними для кожного континууму. Передбачається відсутність джерел маси та масообміну між фазами. Закони збереження маси та імпульсу в диференціальній формі для газу та рідини мають вигляд [12]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\alpha_i \rho_i) + \nabla(\alpha_i \rho_i v_i) = 0 \quad (5)$$

$$\alpha_i \rho_i \frac{\partial v_i}{\partial t} = \nabla p_i + \nabla \cdot \tau_i + \alpha_i \rho_i g + n_b F_{ij} \quad (6)$$

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (v_i \cdot \nabla)$$

де індекси $i, j = g, l$; $i \neq j$ позначають газ і рідину, α_i , ρ_i і v_i – об'ємні частки, густини та швидкості фаз, p_i і τ_i – тиск та тензори в'язких напруг у кожній із фаз, g – прискорення сили тяжіння. Обмін імпульсом між фазами описується доданками $n_b F_{ij}$, де $F_{gl} \equiv F$ – сила, що діє на окрему бульбашку з боку рідини, $F_{lg} = -F_{gl}$, а n_b – чисельна концентрація бульбашок.

Для простоти подальші викладки проведені для вертикальної труби, хоча результати можуть бути узагальнені у разі похилої труби, крім течії в околгоризонтальних трубах. Передбачається, що хаотичним рухом бульбашок можна знехтувати та відхилення швидкості бульбашок від середньомасової швидкості дисперсної фази v_g мало, тоді тиском і тензором в'язкої напруги в дисперсній фазі можна знехтувати [13]. Наявність дисперсної домішки впливає на тензор напруг у несучій фазі. Насамперед дисперсна домішка впливає на величину зсувної в'язкості рідкої фази [14]. З іншого боку, бульбашки газу, що стискається, рухаються зі швидкістю, відмінною від швидкості рідини, і їх об'ємна частка змінна, тому умова $\nabla v_l = 0$ не виконується. У цьому сенсі рідка фаза, на відміну рідини як матеріалу, є стисливою. Таким чином, тензор в'язкої напруги в рідкій фазі записується як для в'язкої стислої рідини з коефіцієнтами зсувної μ та об'ємної ζ в'язкості, що залежать від об'ємної частки газу:

$$\tau_l = 2\mu(\alpha_g) \left(e_l - \frac{1}{3} \nabla v_l I \right) + \zeta(\alpha_g) \nabla v_l I \quad (7)$$

де e_l – тензор швидкостей деформації, I – одиничний тензор. Визначення залежностей $\mu(\alpha_g)$ та $\zeta(\alpha_g)$ представляє окреме завдання [15], яке зазвичай вирішується для нейтрально плавучих частинок без урахування міжфазного прослизання. Надалі вважається, що $\mu(0) = \mu_0$, де μ_0 – в'язкість чистої рідини, та $\zeta(\alpha_g) \nabla v_l \rightarrow 0$ при $\alpha_g \rightarrow 0$.

Радіус бульбашок обмежений граничним значенням r_{bc} , при якому поверхня бульбашки втрачає сферичну форму, стійкість і відбувається дроблення на дрібніші бульбашки:

$$r_b \leq r_{bc} \approx \frac{1}{3} \left(\frac{\sigma}{\rho_l g} \right)^{\frac{1}{2}} \approx 10^{-3}, \text{ м}$$

де σ – поверхневий натяг на межі газ-рідина. У прийнятих припущеннях на окрему бульбашку з

боку рідини діють сили Стокса F_{St} , Архімеда F_A та приєднаних мас F_{am} . Вплив спадкової сили (сили Бассе-Буссінеска) на рух бульбашки не розглядається. У неочищених рідинах вплив поверхнево-активних речовин призводить до того, що в рідині поблизу поверхні бульбашок формується тонкий високов'язкий шар, і в результаті дрібні бульбашки рухаються як тверді частки [1]. У безрозмірній формі з урахуванням рівності $\alpha_g = 4\pi r_b^3 n_b / 3$ рівняння (6) для газу набуває вигляду:

$$\begin{aligned} \varepsilon St \rho_g \frac{d_g v_g}{dt} &= \mu r_b (v_l + v_g) + \frac{St}{\eta Fr^2} (\eta \rho_g + \rho_l) e_z + \\ &+ \varepsilon St \eta^{-1} \left[\rho_l \frac{d_g v_l}{dt} + \frac{1}{2} \rho_l \frac{d_g}{dt} r_b^3 (v_l - v_g) \right] \\ St &= \frac{mU}{6\mu_0 r_{b0}}, \quad Fr = \frac{U}{\sqrt{gR}}, \quad \varepsilon = \frac{R}{L}, \quad m = \frac{4}{3} \pi r_{b0}^3 \rho_g^0 \end{aligned} \quad (8)$$

де St – число Стокса, Fr – число Фруда, R – характерний радіус труби, ε – відношення поперечного розміру до поздовжнього, m – маса бульбашки. Оскільки процеси масообміну, дроблення та злиття бульбашок не розглядаються, маса бульбашки під час руху залишається постійною, а радіус бульбашки виявляється функцією поточного тиску.

Додаванням рівнянь (6) для рідини та газу можна отримати:

$$\begin{aligned} \varepsilon Re \left(\eta \alpha_g \rho_g \frac{d_g v_g}{dt} + \alpha_l \rho_l \frac{d_l v_l}{dt} \right) &= \\ = \frac{Re}{Fr^2} (\eta \alpha_g \rho_g + \alpha_l \rho_l) e_z + \varepsilon^2 \nabla \tau_l - \varepsilon Re \nabla p \end{aligned} \quad (9)$$

де $Re = \rho_l^0 UR / \mu_0$ – число Рейнольдса.

Рівняння нерозривності (5) у безрозмірних змінних мають той самий вигляд, як і вихідні розмірні рівняння.

4. Рішення для профілю та швидкості дрейфу та їх аналіз

Аналітичне обчислення залежностей параметра профілю C_0 та швидкості дрейфу v_d від середньооб'ємної швидкості суміші та середньої за перерізом об'ємної частки в загальному випадку неможливо. У роботі [1] використовується лише

припущення про залежність об'ємної частки від радіальної координати, а профіль швидкості рідини отриманий як розв'язання рівнянь наближення повільного безінерційного течії. Вважається, що течія безінерційна, так що $\epsilon Re \ll 1$. Отримано рівняння:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \mu \frac{\partial v_{lz}}{\partial r} = \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{Re}{Fr^2} (\alpha_l \rho_l + \eta \alpha_g \rho_g) \quad (10)$$

Масштаб тиску обраний з умови, що градієнт тиску та в'язкі члени матимуть один порядок величини у результуючому рівнянні.

В результаті міграції бульбашок від стінок до центру під дією бічних сил формується шар пристінок чистої рідини, а бульбашки акумулюються в ядрі течії [16] (рис. 2).

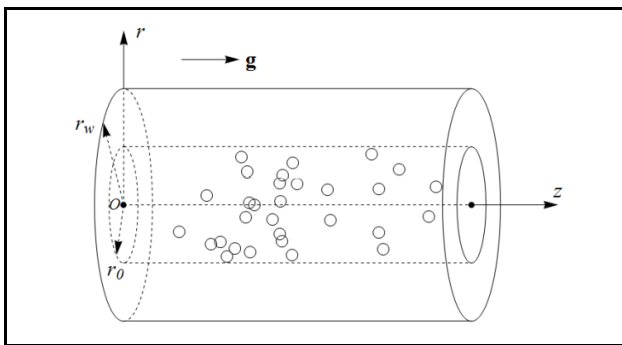


Рисунок 2 – Схема течії дисперсної газорідинної суміші в круглій трубі [1]

Тоді розподіл об'ємної частки газу за перерізом труби можна апроксимувати шматково-постійною залежністю:

$$\alpha_g(r) = \begin{cases} \alpha_g^0, & 0 < r < r_0 \\ 0, & r_0 < r < R \end{cases} \quad (11)$$

Інтегрування (10) з урахуванням граничних умов (прилипання на стінці труби та кінцівка швидкості на осі), розподілу об'ємної частки по перерізу (11) та умови безперервності v_{lz} у точці $r = r_0$ дає:

$$v_{lz} = \begin{cases} a(1-x_0^2) + m_0(b-a)(x^2-x_0^2), & 0 < x < x_0 \\ a(1-x^2), & x_0 < x < 1 \end{cases}$$

де $x = r/R$; $x_0 = r_0/R$; $m_0 = 1/(r_0 \mu(\alpha_g^0))$ та

$$a = \frac{R^2}{4} \left(-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{Re}{Fr^2} \rho_l \right), \quad b = \frac{R^2}{4} \frac{Re}{Fr^2} (\rho_l + \eta \rho_g) \alpha_g^0.$$

Для цього профілю можливе обчислення середніх величин. Характерні значення параметрів для двох типів газорідинних течій наведено у табл. 1.

У характерному для свердловинних течій діапазоні параметрів $v_m \sim v_i \ll c_{min}^m$ Характеристики $\lambda_{2,3}$ мають різний знак і описують обурення, що розповсюджуються вниз і вгору потоком.

Таблиця 1 – Характерні значення параметрів двох типів газорідинних течій.

Тип течії	$\rho_l, \text{кг/м}^3$	$\rho_g, \text{кг/м}^3$	$c_l, \text{м/с}$	$c_g, \text{м/с}$	η	K
Вода-повітря	1000	1,23	1500	331	0,00123	0,22
Нафта газ	900	0,7	1470	430	0,00078	0,29

Умови зміни знака однієї з характеристикних швидкостей, що визначають аналог звукової поверхні, для систем з нестационарним та стаціонарним рівнянням на імпульс суміші збігаються:

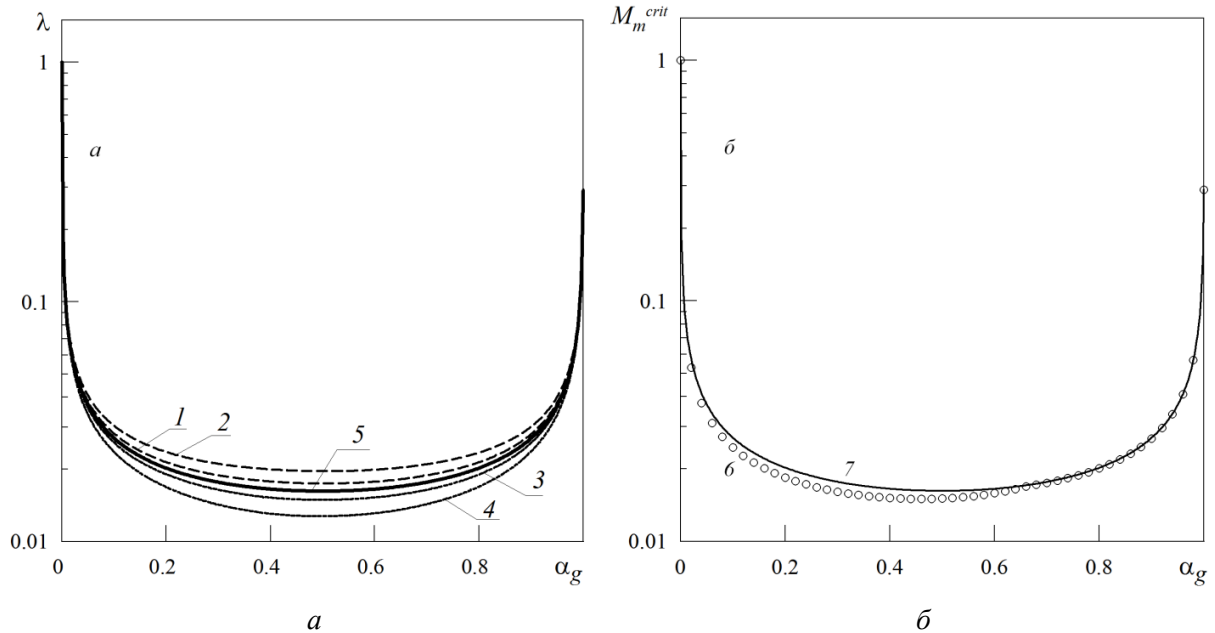
$$v_m (\omega_g v_g + \omega_l v_l) = c_m^2 \quad (12)$$

Рис. 3 побудований для замикаючих співвідношень з [16], отриманих калібруванням щодо великого набору експериментальних даних, що використовуються при моделюванні свердловинних течій. Для даного виду замикаючих співвідношень швидкості фаз та характеристики є функ-

ціями шести безрозмірних параметрів – α_g , η , K , M_m , $M_d = u_0^d / c_l$, де $u_0^d = u_0^d(p) = v_d(0, v_m, p)$, та безрозмірного діаметра труби d (визначений в [16]).

Для η і K використані значення для течії нафта-газ із табл. 1, при чому $M_d = 1,5 \cdot 10^{-4}$ і $d = 47$, характерні для свердловинних течій. На рис. 3а представлені залежності звукових характеристикних швидкостей $\tilde{\lambda}_{2,3} = \lambda_{2,3} / c_l$ від α_g . На рис. 3б представлені залежності критичного числа Маха M_m^{crit} від об'ємної частки, отримана чисельним рішенням (12), та апроксимаційна залежність $M_m^{crit} = c_m / c_l$.

Аналіз чутливості результатів моделювання до



Залежність безрозмірних характеристичних швидкостей $\lambda_{2,3}$ та швидкості звуку в суміші c_m від об'ємної частки α_g : 1, 2 – λ_2 при $M_m = 0.001, 0.003$; 3, 4 – $|\lambda_3|$ при $M_m = 0.001, 0.003$; 5 – c_m

Залежність критичного числа Маха від об'ємної частки: 6 – Чисельне рішення (12); 7 – апроксимаційна залежність $v_m = c_m$

Рисунок 3 – Залежності характеристичних швидкостей, швидкості звуку в суміші та критичного числа Маха від об'ємної частки

зміни різних параметрів параметрів показує, що найбільш сильний вплив на результати надає зміна амплітуди швидкості дрейфу у висхідних ділянках течії. З фізичної точки зору це спостереження може бути обґрунтоване в такий спосіб. Після виплеску рідкої пробки, яким закінчується цикл коливальних, у системі залишається деяка маса рідини, яка залежить від ефективного прослизання між фазами в період різкого зростання вихідної витрати. Залишкова маса і, відповідно, рівень рідини визначають час, необхідний для того, щоб газ повністю витіснив рідину з вхідної секції трубопроводу і стався наступний виплеск.

5. Висновки

Проведено аналіз аналітичних моделей та чисельних алгоритмів для вирішення рівнянь моделі дрейфу, які забезпечують передбачення результатів лабораторних експериментів із пробкового режиму течії з точністю, прийнятною для характерних завдань нафтогазової промисловості.

Формування уявлень про сучасні методи аналітичних досліджень має практичну значущість, зумовлену широким спектром додатків одно- і двовимірних моделей багатофазних течій у сверд-

ловинах та довгих трубопроводах. Модель дрейфу широко впроваджена в комерційні симулятори багатофазних течій для нафтогазових додатків та в узагальненому вигляді можуть бути використані для розвитку та покращення цих програмних продуктів.

Особистий внесок авторів CRediT

Альтман Е. І.: концепція моделювання багатофазних течій. **Бошкова І. Л.**: методологія дослідження течій при трубопровідному транспорті, аналітичний аналіз публікацій; **Волгушева Н. В.**: визначення застосовності рівнянь для профілю потоку стосовно нафтогазовій справі, узагальнення розрахункових даних; **Кологривов М. М.**: концептуалізація, формальний аналіз особливостей трубопровідного транспорту вуглеводнів; **Арику А. В.**: інформаційний пошук матеріалів, обґрунтування застосування моделі дрейфу.

Література

1. **Сіньков К. Ф.** Розвиток гідродинамічних моделей багатофазних течій у трубопроводах // Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата

- фізико-математичних наук. – МФТІ, 2016. – 130 с.
2. **Bratland O.** Pipe flow 2: Multi-phase flow assurance. – 2009. – 379 p.
 3. **Ramshaw J.D., Trapp J.A.** Characteristics, stability, and short-wavelength phenomena in two-phase flow equation systems // Nuclear Science and Engineering. – 1978. – Vol. 66, No. 1. – P. 93-102.
 4. **Bendiksen K., Maines D., Moe R., Nuland S.** The dynamic two-fluid model OLGA: Theory and application // SPE Production Engineering. – 1991. – Vol. 6, No. 2. – P. 171-180.
 5. **Graham B. Wallis.** One-Dimensional Two-Phase Flow // Courier Dover Publications. – 2020. – 432 p.
 6. **Durand R., Condolios E.** Experimental investigation of the transport of solids in pipes // Deuxieme Journ'ee de l'hydraulique, Societe Hydrotechnique de France. – 1952.
 7. **Wilson K.C., Pugh F.J.** Dispersive-force modeling of turbulent suspension in heterogeneous slurry flow // The Canadian Journal of Chemical Engineering. – 1988. – Vol. 66, no. 5. – P. 721-727.
 8. **Eskin D.** A simple model of particle diffusivity in horizontal hydrotransport pipelines // Chemical Engineering Science. – 2012. – Vol. 82. – P. 84-94.
 9. **Осіпцов А.А., Сіньков К.Ф., Спесівцев П.Є.** Обґрунтування моделі дрейфу для двофазних течій у круглій трубі // Від. РАН. МЖГ. – 2014. – № 5. – С. 60-73.
 10. **Spesivtsev P., Sinkov K., Osipov A.** Comparison of drift-flux and multi-fluid approaches to modeling of multiphase flow in oil and gas wells // 7th International Conference on Computational and Experimental Methods in Multiphase and Complex Flow. July 3-5. – La Coruña, Spain: 2013. – P. 89-100.
 11. **Осіпцов А.А., Боронін С.А.** Вплив міграції частинок на течію суспензії в тріщині гідрозриву // Від. РАН. МЖГ. – 2014. – № 2. – С. 80-94.
 12. **Нігматулін Р. І.** Динаміка багатофазних середовищ, Ч. 1. – М: Наука, 1987. – 464 с.
 13. **Осіпцов А.А., Боронін С.А.** Двоконтинуальна модель течії суспензії у тріщині гідрозриву // Допов. РАН. – 2010. – Т. 431, № 6. – С. 758-761.
 14. **Llewellyn E. W., Mader H. M., Wilson S. D. R.** The rheology of a bubbly liquid // Proceedings of the Royal Society of London. Ser. A. – 2002. – Vol. 458. – P. 987-1016.
 15. **Brady J.F., Khair A.S., Swaroop M.** On the bulk viscosity of suspensions // Journal of Fluid Mechanics. – 2006. – Vol. 554. – P. 109-123.
 16. **Shi H., Holmes J. A., Durlofsky L. J. et al.** Drift-Flux Modeling of Multiphase Flow in Wellbores // SPE Journal. – 2005. – Vol. 10, No. 1. – P. 24-33.

Отримана в редакції 18.12.2021, прийнята до друку 19.01.2022

Modern methods of modeling multiphase flows in oil and gas industry pipelines

*Ella Altman*¹, *Natalya Volgusheva*², *Iryna Boshkova*²✉, *Mykhail Kologrivov*⁴, *Antonina Aryku*⁵

¹⁻⁵Odessa National Academy of Food Technologies, 112 Kanatnaya Str., Odessa, 65039, Ukraine

✉ e-mail: ³boshkova.irina@gmail.com

ORCID: ¹<http://orcid.org/0000-0002-8934-2036>; ²<http://orcid.org/0000-0002-9984-6502>; ³<http://orcid.org/0000-0001-5989-9223>; ⁴<http://orcid.org/0000-0003-1959-8615>; ⁵<http://orcid.org/0000-0002-4043-7667>

Questions are raised about the reliable description of the transportation of multiphase hydrocarbon systems. It has been established that the main reasons that complicate the operation of pipelines and reduce their productivity and efficiency are the high relative velocity of the gas phase, the formation of hydrophobic water-oil emulsions, and the formation of deposits on the walls of pipelines. The methods of analytical representations of multiphase flows in pipes during the extraction and transportation of hydrocarbons are studied. It has been established that in the oil and gas industry, when studying multiphase flows in a pipe, two approaches are most widely used: the multi-fluid model and the drift model. The drift model for unsteady gas-liquid flows in long pipelines is studied, the results of solving problems of hydraulic transport of the solid phase in pipes are presented, and the asymptotic equations of the drift model are derived for the flow of a rarefied gas-liquid dispersed mixture in a round pipe. The assumptions adopted in the derivation of the asymptotic equations for multiphase flow in a pipe and the justification for the applicability of the drift model are presented. A solution for the drift profile and velocity is given and analyzed. Based on the data presented in publications, it is indicated that the change in the drift velocity am-

plitude in the ascending sections of the current has the strongest effect on the results. The study of analytical research methods is of practical importance due to the wide range of applications of one-dimensional models of multiphase flows in wells and long pipelines. It is determined that at present the drift model has an advantage, which is widely implemented in commercial multiphase flow simulators for oil and gas applications and can be used in a generalized form for the development and improvement of these software products.

Keywords: Transportation of liquids; Wells; Pipelines; Drift model; Two-phase flows; Velocity amplitude

References

1. Sinkov, K.F. (2016) Development of hydrodynamic models of multiphase flows in pipelines. *Dissertation for the degree of candidate of physical and mathematical sciences, MIPT*, 130.
2. Bratland, O. (2009) Pipe flow 2: Multi-phase flow assurance. 379.
3. Ramshaw, J.D., Trapp, J.A. (1978) Characteristics, stability, and short-wavelength phenomena in two-phase flow equation systems. *Nuclear Science and Engineering*, 66, 1, 93-102.
4. Bendiksen, K., Maines, D., Moe, R., Nuland, S. (1991) The dynamic two-fluid model OLGA: Theory and application. *SPE Production Engineering*, 6, 2, 171-180.
5. Graham, B. Wallis (2020) One-Dimensional Two-Phase Flow. *Courier Dover Publications*, 432.
6. Durand, R., Condolios, E. (1952) Experimental investigation of the transport of solids in pipes. *Deuxieme Journ'ee de l'hydraulique, Societ'e Hydrotechnique de France*.
7. Wilson, K.C., Pugh, F.J. (1988) Dispersive-force modelling of turbulent suspension in heterogeneous slurry flow. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 66, 721-727.
8. Eskin, D. (2012) A simple model of particle diffusivity in horizontal hydrotransport pipelines. *Chemical Engineering Science*, 82, 84-94.
9. Osiptsov, A.A., Sinkov, K.F., Spesivtsev, P.E. (2014) Substantiation of the drift model for two-phase flows in a round pipe. *Izv. RAN. MJG*, 5, 60-73.
10. Spesivtsev, P., Sinkov, K., Osiptsov, A. (2013) Comparison of drift-flux and multi-fluid approaches to modeling of multiphase flow in oil and gas wells. *7th International Conference on Computational and Experimental Methods in Multiphase and Complex Flow. July 3-5. A Coru~na, Spain*, 89-100.
11. Osiptsov, A. A., Boronin, S. A. (2014) Influence of particle migration on slurry flow in a hydraulic fracture. *Izv. RAN. MJG*, 2, 80-94.
12. Nigmatulin, R. I. (1987) Dynamics of multiphase media, Part 1. *M.: Nauka*, 464.
13. Osiptsov, A.A., Boronin, S.A. (2010) Two-continuum model of suspension flow in a hydraulic fracture. *Report RAS*, 431, 6, 758-761.
14. Llewellyn, E. W., Mader, H. M., Wilson, S. D. R. (2002) The rheology of a bubbly liquid. *Proceedings of the Royal Society of London, Ser. A*, 458, 987-1016.
15. Brady, J.F., Khair, A.S., Swaroop, M. (2006) On the bulk viscosity of suspensions. *Journal of Fluid Mechanics*, 554, 109-123.
16. Shi, H., Holmes, J. A., Durlofsky, L. J. et al. (2005) Drift-Flux Modeling of Multiphase Flow in Wellbores. *SPE Journal*, 10, 1, 24-33.

Received 18 December 2021

Approved 19 January 2022

Available in Internet 20 March 2022