



ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ АЛГОРИТМІВ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ ДЛЯ ЗАДАЧІ МАРШРУТИЗАЦІЇ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

COMPARATIVE ANALYSIS OF CLUSTERING ALGORITHMS FOR THE VEHICLE ROUTING PROBLEM

¹Готопіло Б.В., ²Жигайло О.М.¹Hotopilo B.V., ²Zhygailo O.M.^{1,2}Одеський національний технологічний університет, м. Одеса, УкраїнаORCID: ¹<https://orcid.org/0009-0003-8288-8954>; ²<https://orcid.org/0000-0001-6986-4673>

E-mail: gotopilobogdan2017@gmail.com, dr_jam2006@ukr.net

Copyright © 2026 by author and the journal “Automation of technological and business – processes”.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

DOI: 10.15673/atbp.v18i2.3511

Анотація. Задача маршрутизації транспортних засобів (Vehicle Routing Problem, VRP) є однією з ключових задач операційної логістики підприємств харчової промисловості, де логістичні витрати можуть сягати третини собівартості продукції. Зниження цих витрат досягається насамперед через оптимізацію маршрутів доставки. Підхід «спочатку кластеризація – потім маршрутизація» (cluster-first route-second, CFRS) дозволяє декомпонувати задачу VRP на два послідовні етапи: географічний розподіл точок доставки на зони відповідальності та побудову маршруту всередині кожної зони. Якість першого етапу безпосередньо визначає ефективність всього рішення. Незважаючи на широке застосування підходу CFRS, порівняльний аналіз алгоритмів кластеризації для задач VRP із використанням комплексу метрик на реальних даних залишається недостатньо дослідженим: більшість робіт обмежуються коефіцієнтом силуету як єдиним критерієм оцінки. У даній роботі проведено порівняльний аналіз п'яти алгоритмів кластеризації двох класів – розподільчих (K-Means, K-Medoids, Bisecting K-Means) та агломеративних (Ward, Complete Linkage) – на реальних даних мережі доставки хлібобулочних виробів одного з підприємств харчової промисловості м. Одеса. Нижня межа кількості кластерів визначена обґрунтованим методом, що враховує максимальну кількість точок на маршрут із операційних обмежень за часом доставки. Для оцінки якості кластеризації було застосовано сім внутрішніх метрик трьох груп: статистичної якості кластерів (Silhouette Score, Davies-Bouldin Index, Calinski-Harabasz Index), балансу навантаження між зонами (коефіцієнт варіації CV та різниця максимального і мінімального розмірів кластерів Δn) та географічної зв'язності (внутрішньокластерна відстань ICD та індекс просторової автокореляції Moran's I). Для агрегованого порівняння застосовано метод суми місць. Встановлено, що оцінка за єдиним коефіцієнтом силуету є недостатньою для вибору алгоритму кластеризації у задачах CFRS-VRP: алгоритми з близькими значеннями силуету суттєво відрізняються за балансом навантаження та географічною зв'язністю зон доставки, що безпосередньо впливає на ефективність маршрутних рішень на другому етапі CFRS. Отримані результати становлять практичний інтерес для розробки системи підтримки прийняття рішень автоматизованого управління доставкою в частині географічного розбиття на зони доставки.

Abstract. The Vehicle Routing Problem (VRP) is one of the key operational logistics challenges for food industry enterprises, where logistics costs may account for up to one third of production costs. A primary lever for reducing these costs is the optimization of delivery routes. The cluster-first route-second (CFRS) approach decomposes VRP into two sequential stages: geographic allocation of delivery points into responsibility zones and route construction within each zone. The quality of the clustering stage directly determines the effectiveness of the entire solution. Despite the wide practical use of CFRS, comparative analysis of clustering algorithms for VRP using a set of evaluation metrics on real data remains insufficiently studied: most existing works rely on the Silhouette coefficient as the sole evaluation criterion. This paper presents a comparative analysis of five clustering algorithms of two classes – partitional (K-Means, K-Medoids, Bisecting K-Means) and agglomerative (Ward, Complete Linkage) – applied to real delivery network data of a bread production enterprise in Odesa. The lower bound on the number of clusters is determined based on the maximum number of delivery points per route, derived from time window constraints. Clustering quality is evaluated using seven internal metrics across three groups: statistical cluster quality (Silhouette Score, Davies-Bouldin Index, Calinski-



Harabasz Index), load balance between zones (coefficient of variation CV and the difference between maximum and minimum cluster sizes Δn), and geographic connectivity (intra-cluster distance ICD and Moran's I spatial autocorrelation index). A rank-sum method is applied for overall comparison. It is established that evaluation based solely on the Silhouette coefficient is insufficient for algorithm selection in CFRS-VRP tasks: algorithms with similar values of silhouette differ substantially in load balance and geographic connectivity of delivery zones, which directly affects the quality of routing solutions at the second CFRS stage. The obtained results are of practical interest for the development of a decision support system for automated delivery management in terms of geographic delivery zone partitioning.

Ключові слова: маршрутизація транспортних засобів; кластеризація; оцінка якості кластеризації; cluster-first route-second; порівняльний аналіз; багатокритеріальна оцінка; автоматизація логістики; харчова промисловість.

Keywords: vehicle routing problem; clustering algorithms; clustering quality evaluation; cluster-first route-second; comparative analysis; multi-criteria evaluation; logistics automation; food industry.

Вступ

Актуальність розв'язання VRP у харчовій промисловості зумовлена високою часткою логістичної складової у структурі кінцевої вартості продукції. За даними Всеукраїнської асоціації пекарів, ці витрати становлять до третини собівартості хлібобулочних виробів, через що їх зниження є прямим важелем впливу на конкурентоспроможність виробників [1]. Задача VRP належить до класу NP-важких задач: кількість можливих маршрутних рішень зростає експоненційно зі збільшенням кількості точок доставки, що унеможливорює точний перебір для реальних мереж і вимагає застосування ефективних евристичних та метаввристичних методів, серед яких значного поширення набули підходи, засновані на декомпозиції вихідної задачі на підзадачі меншої розмірності. Для хлібобулочних підприємств задача додатково ускладнюється специфікою продукту: обмежений термін придатності, щоденний цикл виробництва і жорсткі операційні обмеження за часом доставки формують умови, за яких неефективне планування маршрутів призводить до прямих фінансових втрат.

Одним з підходів до подолання обчислювальної складності VRP є метод «спочатку кластеризація – потім маршрутизація» (cluster-first route-second, CFRS) [2]. Суть підходу полягає в декомпозиції задачі на два послідовні етапи: на першому точки доставки розподіляються на географічні зони (кластери), на другому всередині кожної зони будується оптимальний маршрут. Така декомпозиція суттєво зменшує обчислювальну складність задачі і дозволяє застосовувати спеціалізовані алгоритми на кожному з етапів окремо. Якість першого етапу – географічної кластеризації – безпосередньо визначає ефективність всього рішення.

Незважаючи на широке застосування підходу CFRS у практиці, вибір алгоритму кластеризації для першого етапу залишається недостатньо дослідженим. Більшість існуючих робіт обмежуються оцінкою за єдиним внутрішнім критерієм – коефіцієнтом силуєту – або проводяться на синтетичних наборах даних, що не відображають специфіку реальних міських мереж доставки.

Аналіз літературних даних і постановка проблеми

Підхід CFRS має давню історію у дослідженнях VRP. Використання K-Means у рамках CFRS для великомасштабної VRPTW у сфері доставки харчових продуктів на реальних даних запропоновано в [2]. Автори демонструють, що кластеризація на першому етапі суттєво скорочує простір пошуку, однак вибір між альтернативними алгоритмами кластеризації за внутрішніми метриками не проводиться.

Ефективність K-Medoids у порівнянні з K-Means для задачі CVRP у рамках підходу CFRS досліджено в [3]. Порівняння виконано на трьох наборах даних, і встановлено, що K-Medoids формує принципово інші кластери та в більшості випадків забезпечує менші транспортні витрати й загальну відстань. Критерієм оцінки слугують виключно маршрутні показники – без аналізу внутрішніх метрик якості кластеризації. Це підтверджує загальну тенденцію в літературі: вибір алгоритму кластеризації для VRP обґрунтовується кінцевим результатом маршрутизації, а не систематичним аналізом якості самих кластерів за комплексом метрик.

Методи оцінки якості кластеризації систематизовано в [4], де класифіковано підходи до валідації на зовнішні (що потребують еталонних міток класів) та внутрішні (що спираються виключно на структуру самих даних) і детально розглянуто конкретні показники обох груп, зокрема коефіцієнт силуєту, індекс Девіса-Болдуїна та індекс Калінського-Харабаша. У задачах логістичної маршрутизації єдиного еталонного розбиття не існує, тому внутрішні метрики є єдиною можливим інструментом оцінки. Разом з тим, у [4] зосереджуються на загальних статистичних властивостях кластерів і не розглядають специфічних для VRP критеріїв – балансу навантаження між зонами та географічної зв'язності, – що залишає відкритим питання придатності стандартних метрик для прикладних задач маршрутизації.

Таким чином, наявна література не містить систематичного порівняльного аналізу алгоритмів кластеризації для задачі VRP за комплексом метрик оцінювання якості кластеризації на реальних даних, що обумовлює актуальність даного дослідження.

Мета і завдання дослідження

Метою дослідження є порівняльний аналіз алгоритмів кластеризації для першого етапу підходу cluster-first route-second у задачі VRP за комплексом внутрішніх метрик на реальних даних мережі доставки хлібобулочних виробів.

Для досягнення мети поставлено такі завдання:

1. Обґрунтувати вибір алгоритмів кластеризації та операційно визначити кількість кластерів на основі обмежень задачі доставки;



2. Обґрунтувати вибір метрик для оцінки якості кластеризації у контексті VRP/CFRS, що охоплюють статистичну якість кластерів, баланс навантаження та географічну зв'язність;

3. Провести порівняльний аналіз п'яти алгоритмів кластеризації за обраним комплексом метрик на реальних даних мережі доставки хлібобулочних виробів;

4. Проаналізувати відмінності між алгоритмами за групами метрик та визначити умови застосовності кожного з них.

Методи і матеріали досліджень

Об'єктом дослідження є мережа доставки хлібобулочних виробів підприємства харчової промисловості м. Одеса, що включає 155 точок доставки та одне депо. Координати точок доставки у форматі WGS84 (десяткові градуси широти та довготи) отримано за допомогою Google Maps і використано як вхідні дані для алгоритмів кластеризації. Дослідження виконано в середовищі Google Colab (Python 3.10) із використанням бібліотек scikit-learn (v.1.3), scipy (v.1.11) та PySAL.

Визначення діапазону кількості кластерів

Нижня межа діапазону кількості кластерів була визначена за формулою:

$$k_{\min} = \lceil n / q_{\max} \rceil, \quad (1)$$

де n – кількість точок доставки, $q_{\max}$ – максимальна кількість точок на один маршрут.

Значення $q_{\max} = 15$ обґрунтовано операційними обмеженнями ранньої доставки: за умови часового вікна тривалістю чотири години (05:00–09:00) та середнього часу обслуговування однієї точки 15–20 хвилин, один транспортний засіб здатен обслужити не більше 15 точок за зміну. При $n = 155$ формула (1) дає $k_{\min} = 7$. Верхня межа $k_{\max} = 15$ відповідає мінімально практичному розміру кластера (~10 магазинів). Пошук оптимального k здійснювався у діапазоні $k \in [7, 15]$. Для кожного значення k було розраховано коефіцієнт силуету та інерцію K-Means (рис. 1). Найвищі значення силуету для більшості алгоритмів досягнуто при $k = 10$, що свідчить про найкраще відокремлення кластерів. Вибір $k = 10$ також було підтверджено за допомогою методу «ліктя» за показником інерції: зменшення інерції різко сповільнюється після $k = 10$. Тому для подальшого порівняльного аналізу кількість кластерів було зафіксовано як $k = 10$. Слід зазначити, що нижня межа $k_{\min} = 7$ використовувалася лише для визначення діапазону пошуку і не застосовується безпосередньо у порівнянні. Часові обмеження, використані для обґрунтування $q_{\max}$, не є формальними обмеженнями задачі: ця робота розглядає класичну VRP без часових вікон.

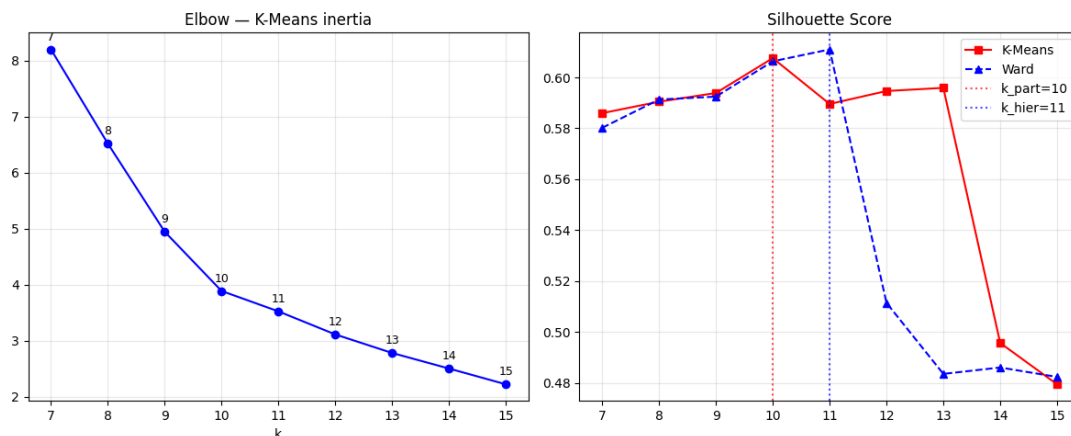


Рис. 1 – Залежність коефіцієнта силуету від кількості кластерів k (K-Means та Ward)
Fig. 1 – Dependence of the silhouette coefficient on the number of clusters k (K-Means and Ward)

Алгоритми кластеризації

Для порівняльного аналізу обрано п'ять алгоритмів кластеризації, які належать до двох класів. Розподільчі алгоритми представлено K-Means (ітеративне переміщення точок до найближчого центроїда), K-Medoids (центром кластера є реальна точка даних) та Bisecting K-Means (рекурсивне розбиття одного кластера на два для зменшення чутливості до ініціалізації). Агломеративні алгоритми включають Ward (об'єднання кластерів з мінімальним приростом внутрішньокластерної дисперсії) та Complete Linkage (відстань між кластерами визначається як максимальна відстань між будь-якою парою точок з різних кластерів). Алгоритми на основі щільності (DBSCAN, HDBSCAN) не розглядаються, оскільки вони визначають кількість кластерів автоматично та не гарантують повного покриття всіх точок. Через несумісність бібліотеки scikit-learn-extra з NumPy 2.x реалізацію K-Medoids було виконано власноруч з використанням scipy.

Оцінювання якості кластеризації

З огляду на відсутність еталонного розбиття для задач логістичної маршрутизації, оцінку якості кластеризації виконано з використанням внутрішніх метрик [4, 5]. Застосовано сім показників, об'єднаних у три групи. Напрямок оптимізації кожної метрики позначено стрілкою: $\uparrow$ – чим більше значення, тим краще; $\downarrow$ – чим менше, тим краще.



До першої групи (статистична якість кластерів) належать коефіцієнт силуету Silhouette Score ($S \uparrow$), який вимірює, наскільки кожна точка схожа на точки свого кластера порівняно з точками сусідніх кластерів; індекс Девіса-Болдуїна (DBI $\downarrow$), що оцінює середню «схожість» між кластером та його найближчим сусідом; та індекс Калінського-Харабаша (CHI $\uparrow$) – відношення міжкластерної дисперсії до внутрішньокластерної.

Друга група (баланс навантаження) представлена коефіцієнтом варіації (CV $\downarrow$) – стандартним відхиленням розмірів кластерів, поділеним на середній розмір, та різницею між найбільшим і найменшим кластером ($\Delta n \downarrow$). Оцінка виконана за кількістю точок у кластері в припущенні рівномірного часу обслуговування (через відсутність даних про індивідуальний попит).

Третя група (географічна зв'язність) містить внутрішньокластерну відстань (ICD $\downarrow$) – середню відстань від точок до центроїда, розраховану відносно середнього центроїда для всіх алгоритмів (щоб уникнути зміщення на користь K-Medoids), та індекс просторової автокореляції Moran's I ($I \uparrow$), який визначає, чи утворюють кластери суцільні географічні зони.

Для агрегованого порівняння застосовано метод суми рангів: для кожної метрики алгоритми ранжуються від 1 (найкраще) до 5 (найгірше) з урахуванням напрямку оптимізації, після чого ранги підсумовуються (Σ). Кращим вважатиметься алгоритм з меншою сумою місць.

Результати досліджень

Порівняння алгоритмів кластеризації — фіксоване $k=10$

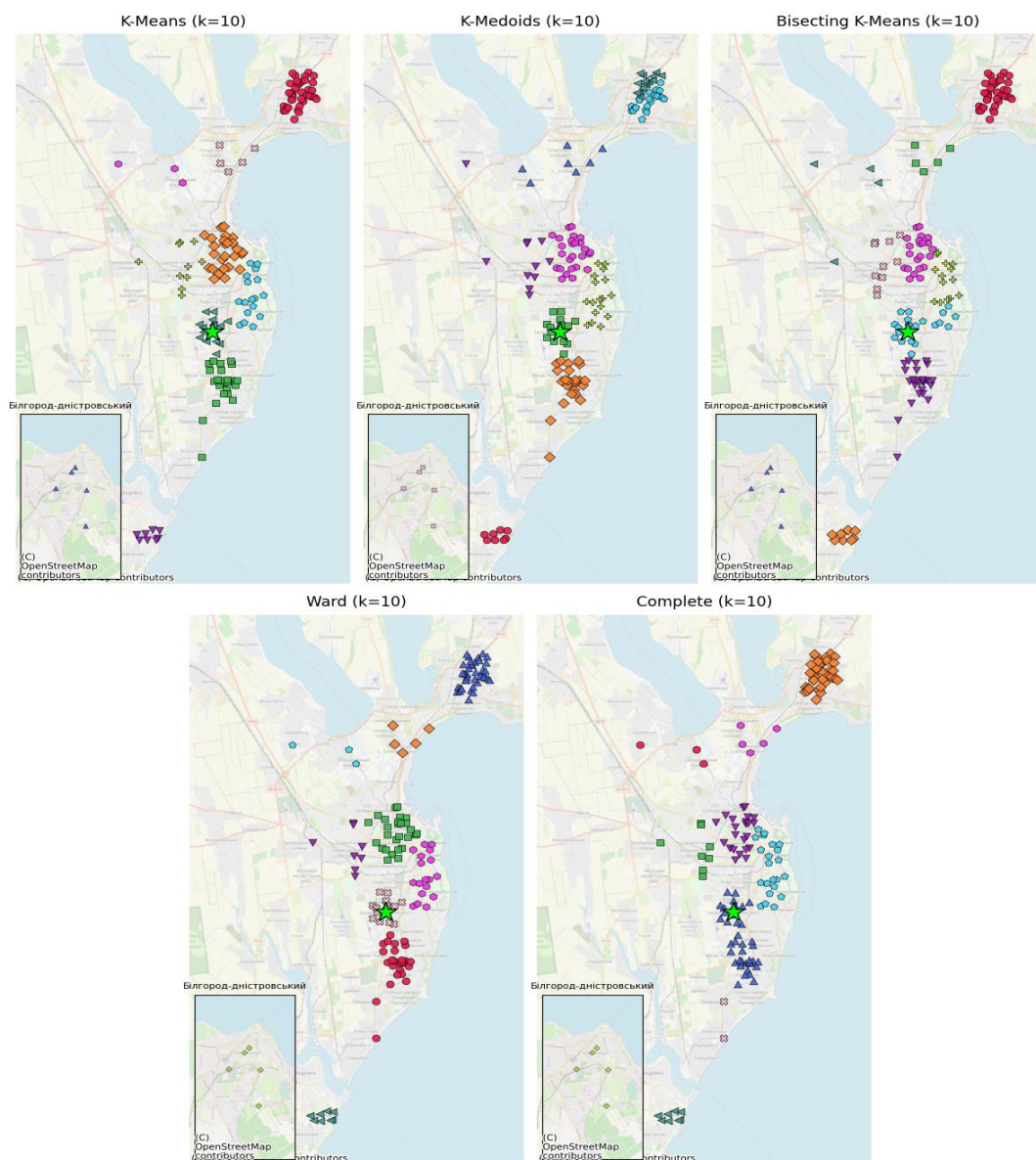


Рис. 2 – Карти кластеризації для п'яти алгоритмів при $k = 10$

Fig. 2 – Clustering maps for five algorithms at $k = 10$

На рис. 2 наведено карти кластеризації для п'яти алгоритмів при $k = 10$. Візуально K-Means і Ward формують географічно компактні зони з відносно рівномірним охопленням території міста. Complete Linkage демонструє



виражену нерівномірність: окремі кластери охоплюють розрізнені ділянки, що не утворюють єдиної зони. K-Medoids формує зони, близькі за кількістю точок, однак менш компактні геометрично. Bisecting K-Means займає проміжне положення між розподільчими методами. У таблиці 1 наведено значення метрик для всіх п'яти алгоритмів при фіксованій кількості кластерів $k = 10$ для всіх алгоритмів кластеризації.

Таблиця 1 – Метрики якості кластеризації при $k = 10$ (↑ більше краще, ↓ менше краще)

Table 1 – Clustering quality metrics at $k = 10$ (↑ higher is better, ↓ lower is better)

Алгоритм	k	S ↑	DBI ↓	CHI ↑	CV ↓	Δn ↓	ICD ↓	I ↑
K-Means	10	0.6076	0.5163	1268.5	0.7127	36	21.287	0.9400
K-Medoids	10	0.4459	0.7638	997.7	0.4655	21	21.948	0.9011
Bisecting K-Means	10	0.5558	0.6227	1065.3	0.7016	35	22.956	0.9450
Ward	10	0.6063	0.5145	1250.1	0.7329	36	21.526	0.9523
Complete	10	0.5700	0.5371	982.7	0.8945	38	25.037	0.8771

Примітка: ICD розраховано відносно середнього центроїда для всіх алгоритмів. CV та Δn обчислено за кількістю точок у кластері.

Таблиця 2 містить порівняння алгоритмів за методом суми рангів. Кожному алгоритму за кожною метрикою присвоєно ранг від 1 до 5 з урахуванням напрямку оптимізації; при рівності значень застосовано усереднення рангів (K-Means та Ward отримують ранг 3,5 за метрикою Δn). Підсумкова сума Σ визначає загальне місце алгоритму.

Таблиця 2 – Порівняння п'яти алгоритмів за сумою рангів при $k = 10$

Table 2 – Rank-sum method for five algorithms at $k = 10$

Алгоритм	S ↑	DBI ↓	CHI ↑	CV ↓	Δn ↓	ICD ↓	I ↑	Σ ↓	#
K-Means	1	2	1	3	3.5	1	3	14.5	1
Ward	2	1	2	4	3.5	2	1	15.5	2
Bisecting K-Means	4	4	3	2	2	4	2	21.0	3
K-Medoids	5	5	4	1	1	3	4	23.0	4
Complete Linkage	3	3	5	5	5	5	5	31.0	5

Обговорення результатів

За результатами порівняння (табл. 1, 2), K-Means та Ward отримали найменші суми рангів ($\Sigma = 14,5$ та $\Sigma = 15,5$ відповідно). K-Means має дещо вищі значення коефіцієнта силуету ($S = 0,6076$ проти $0,6063$) та індексу Калінського–Харабаша ($CHI = 1268,5$ проти $1250,1$), що вказує на кращу відокремленість кластерів. Ward характеризується вищою географічною зв'язністю за індексом Морган's I ($0,9523$ проти $0,9400$) та найкращим DBI ($0,5145$ проти $0,5163$), що відповідає більш суцільним зонам доставки без великого простору між клієнтами. Обидва алгоритми демонструють близькі значення внутрішньокластерної відстані ($ICD = 21,287$ км для K-Means та $21,526$ км для Ward) та однаковий баланс навантаження ($CV = 0,713$ проти $0,733$, $\Delta n = 36$ в обох випадках, що дає кожному з них ранг 3,5 за цією метрикою). Отже, методи K-Means та Ward є схожими за результатами, а вибір між ними може визначатися другорядними чинниками: дендрограмний аналіз для Ward або швидкодія для K-Means.

K-Medoids, попри відсутність вбудованого механізму балансування, демонструє найкращі результати за метриками рівномірності розподілу: $CV = 0,4655$ та $\Delta n = 21$. Це було очікуваним результатом насамперед через той факт, що центри кластерів (медоїди) обираються серед реальних точок датасету, розташування яких відповідає фактичній географічній структурі мережі, що сприяє автоматичному вирівнюванню розмірів кластерів. За відсутності даних про індивідуальний попит K-Medoids є потенційним вибором для розробки балансуєчого алгоритму кластеризації. Проте алгоритм має нижчу статистичну якість: коефіцієнт силуету становить $0,4459$, а індекс Девіса–Болдуїна ($DBI = 0,7638$) є найгіршим серед усіх алгоритмів, що свідчить про можливе перетинання зон доставки з іншими кластерами.

Bisecting K-Means демонструє проміжний результат ($\Sigma = 21,0$). Алгоритм демонструє помірну статистичну якість ($S = 0,5558$, $DBI = 0,6227$) та задовільний баланс навантаження ($CV = 0,7016$, $\Delta n = 35$), поступаючись K-Means і Ward за більшістю метрик, але перевершуючи їх за індексом Морган's I ($0,9450$ проти $0,9400$ у K-Means). Рекурсивна природа алгоритму забезпечує менш чутливу до початкової ініціалізації кластеризацію, однак не дає переваг ні за географічною компактністю, ні за балансом навантаження на досліджуваних даних.

Complete Linkage виявився найменш ефективним ($\Sigma = 31,0$), незважаючи на гарний показник DBI ($0,5371$). Зазначений індекс оцінює відношення суми радіусів кластерів до відстані між їхніми центрами. Complete Linkage, об'єднуючи кластери за критерієм максимальної відстані, формує кластери з малим діаметром, що забезпечує низькі значення DBI. Проте в реальних міських умовах це призводить до географічної розрізненості кластерів, що підтверджується найнижчим Морган's I ($0,8771$) та найвищою ICD ($25,037$ км). Наслідком є суттєвий дисбаланс навантаження: $CV = 0,8945$, $\Delta n = 38$ (найбільший кластер перевищує найменший на 38 точок). Отже, Complete Linkage не рекомендується для типових міських мереж доставки.

Центральний висновок підтверджується порівнянням алгоритмів із близькими значеннями силуету. K-Means ($S = 0,6076$), Complete Linkage ($S = 0,5700$) та Bisecting K-Means ($S = 0,5558$) демонструють незначну різницю за цим показником. Однак за балансом навантаження та географічною зв'язністю відмінності є суттєвими: CV



варіюється від 0,7127 до 0,8945, а ICD – від 21,287 до 25,037 км. Якби вибір алгоритму ґрунтувався виключно на силуеті, Complete Linkage міг би бути хибно визнаний найкращим, що призвело б до можливого зростання довжини маршрутів. Таким чином, використання єдиного критерію оцінки кластеризації для задачі VRP є недостатнім.

Проведений аналіз є необхідним попереднім етапом для розробки системи підтримки прийняття рішень автоматизованого управління доставкою: обґрунтований вибір алгоритму кластеризації для формування зон відповідальності потребує врахування поведінки алгоритмів за комплексом метрик, а не лише за коефіцієнтом силуету.

Висновки

У результаті проведеного дослідження встановлено, що для VRP оцінка якості кластеризації потребує багатокритеріального підходу, який охоплює статистичну якість кластерів, баланс навантаження та географічну зв'язність зон доставки. Використання лише коефіцієнта силуету є недостатнім: алгоритми з близькими значеннями S (0,56–0,61) суттєво відрізняються за балансом навантаження (CV від 0,71 до 0,89) та географічною зв'язністю (ICD від 21,3 до 25,0 км). На реальних даних мережі доставки хлібобулочних виробів у м. Одеса (155 точок) алгоритми K-Means та Ward продемонстрували конкурентні результати за сукупністю всіх семи метрик при $k=10$ ($\Sigma=14,5$ та $\Sigma=15,5$ відповідно). K-Medoids вирізняється найкращим балансом навантаження ($CV=0,4655$, $\Delta n=21$) без вбудованого механізму балансування, що робить його перспективною основою для створення алгоритмів кластеризації з керованим балансуванням навантаження. Complete Linkage стабільно займає останнє місце ($\Sigma=31$), що підтверджує обмеженість оцінки за єдиним критерієм якості. Жоден з розглянутих алгоритмів не є оптимальним за всіма критеріями одночасно: вибір алгоритму залежить від операційного пріоритету – для мінімізації внутрішньокластерної відстані оптимальним є K-Means, для рівномірного розподілу навантаження – K-Medoids, для гнучкого компромісу з можливістю дендрограми аналізу – Ward.

Перспективою подальших досліджень є розширення моделі до Capacitated VRP із урахуванням реального попиту торгових точок замість припущення про рівномірний час обслуговування, а також порівняльний аналіз якості маршрутних рішень на другому етапі CFRS для кластерів, отриманих різними алгоритмами. Зокрема, планується оцінити, чи перевага алгоритму на етапі кластеризації проявляється у кращих маршрутних показниках – загальній відстані, кількості транспортних засобів та тривалості маршрутів. Окремо варто дослідити стійкість отриманих результатів до змін вхідних даних (додавання або видалення точок доставки). Крім того, доцільно застосувати інші методи багатокритеріального аналізу рішень (TOPSIS, PROMETHEE), що дасть змогу перевірити узгодженість висновків, отриманих за методом суми рангів, і підвищити обґрунтованість остаточного вибору алгоритму кластеризації.

Список використаних джерел

- [1] Всеукраїнська асоціація пекарів. Логістичні витрати хлібопекарських підприємств. Interfax-Ukraine. 2025. URL: <https://interfax.com.ua/news/economic/1157757.html>
- [2] Le T. D. C., Nguyen D. D., Oláh J., Pakurár M. Clustering Algorithm for a Vehicle Routing Problem with Time Windows. Transport. 2022. Vol. 37, No. 1. P. 17–27. DOI: 10.3846/transport.2022.16850.
- [3] Bührmann J. H., Bruwer F. K-medoid petal-shaped clustering for the capacitated vehicle routing problem. South African Journal of Industrial Engineering. 2021. Vol. 32, No. 3. P. 33–41. DOI: 10.7166/32-3-2610.
- [4] Halkidi M., Batistakis Y., Vazirgiannis M. On clustering validation techniques. Journal of Intelligent Information Systems. 2001. Vol. 17, № 2–3. P. 107–145. DOI: 10.1023/A:1012801612483.
- [5] Жигайло О. М., Топор М. М., Борис В. В. Дослідження методів оцінки якості кластеризації в Web-додатку Zhy&Bor. Інформаційні технології і автоматизація – 2020 : зб. тез доп. XIII Міжнар. наук.-практ. конф. Одеса : ОНАХТ, 2020. С. 295–297. URL: <https://card-file.ontu.edu.ua/items/ccc40c15-5a18-4649-b636-ff854b28335e>.

References

- [1] Vseukrainska asotsiatsiia pekariv, "Lohistychni vytraty khlibopekarskykh pidpriemstv," Interfax-Ukraine, 2025. [Online]. Available: <https://interfax.com.ua/news/economic/1157757.html>
- [2] T. D. C. Le, D. D. Nguyen, J. Oláh, and M. Pakurár, "Clustering Algorithm for a Vehicle Routing Problem with Time Windows," Transport, vol. 37, no. 1, pp. 17–27, 2022. DOI: 10.3846/transport.2022.16850
- [3] J. H. Bührmann and F. Bruwer, "K-medoid petal-shaped clustering for the capacitated vehicle routing problem," South African Journal of Industrial Engineering, vol. 32, no. 3, pp. 33–41, 2021. DOI: 10.7166/32-3-2610
- [4] M. Halkidi, Y. Batistakis, and M. Vazirgiannis, "On clustering validation techniques," Journal of Intelligent Information Systems, vol. 17, no. 2–3, pp. 107–145, 2001. DOI: 10.1023/A:1012801612483
- [5] O. M. Zhygailo, M. M. Topor, and V. V. Borys, "Doslidzhennia metodiv otsinky yakosti klasteryzatsii v Web-dodatku Zhy&Bor," in Informatsiini tekhnolohii i avtomatyzatsiia – 2020, Odessa, Ukraine, 2020, pp. 295–297. [Online]. Available: <https://card-file.ontu.edu.ua/items/ccc40c15-5a18-4649-b636-ff854b28335e>

Отримана в редакції 11.02.2026. Прийнята до друку 25.02.2026. Розміщено в інтернеті 31 травня 2026.

Received 11 February 2026. Approved 25 February 2026. Available in Internet 31 May 2026