



УДК 681.5

# АНАЛІЗ НЕЛІНІЙНОЇ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ ПОДАЧІ ТОКАРНОГО ВЕРСТАТА З ЧПК

## ANALYSIS OF A NONLINEAR AUTOMATIC CONTROL SYSTEM FOR THE FEED ELECTRIC DRIVE OF A CNC LATHE

Татауш І. І.<sup>1</sup> Букарос А. Ю.<sup>2</sup>

Tataush I. I., Bukaros A.

<sup>1,2</sup>Одеський національний технологічний університет, Одеса, Україна

ORCID: <https://orcid.org/0009-0000-1416-9702>, <https://orcid.org/0000-0002-6306-0874>

Email: [Ivantataush@gmail.com](mailto:Ivantataush@gmail.com)<sup>1</sup>, [andrey.bucaros@gmail.com](mailto:andrey.bucaros@gmail.com)<sup>2</sup>

Copyright © 2025 by author and the journal “Automation of technological and business – processes”.

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>



DOI: [10.15673/atbp.v17i3.3260](https://doi.org/10.15673/atbp.v17i3.3260)

**Анотація.** У статті проведено ґрунтовний аналіз нелінійної системи автоматичного управління (САУ ЕП) електроприводом подачі токарного верстата з числовим програмним керуванням (ЧПК) моделі 16К30 Ф3. Дослідження зосереджено на ідентифікації та моделюванні ключових нелінійностей, таких як насичення регуляторів, обмеження струму, сухе тертя та нелінійні характеристики тиристорного перетворювача. За допомогою імітаційного моделювання в MATLAB/Simulink оцінено динамічні характеристики системи при малих (100 мкм), середніх (5000 мкм) і великих (10000 мкм, 100000 мкм) переміщеннях. Особлива увага приділена впливу нелінійностей на точність позиціонування та перехідні процеси. Результати показують, що налаштування регулятора положення на лінійний оптимум усуває перерегулювання, забезпечуючи точність позиціонування в межах 1 мкм, що відповідає технічним вимогам для високоточної обробки. Запропоновані рекомендації щодо оптимізації САУ ЕП можуть бути використані для підвищення продуктивності верстатів з ЧПК.

**Abstract.** The article presents a thorough analysis of the nonlinear automatic control system (ACS) of the feed electric drive of the lathe with numerical program control (CNC) model 16K30 F3. The research focuses on the identification and modeling of key nonlinearities, such as regulator saturation, current limitation, dry friction, and nonlinear characteristics of the thyristor converter. Using simulation modeling in MATLAB/Simulink, the dynamic characteristics of the system were evaluated at small (100  $\mu\text{m}$ ), medium (5000  $\mu\text{m}$ ), and large (10000  $\mu\text{m}$ , 100000  $\mu\text{m}$ ) displacements. Special attention is paid to the influence of nonlinearities on the positioning accuracy and transients. The results show that setting the position controller to the linear optimum eliminates overshoot, ensuring positioning accuracy within 1  $\mu\text{m}$ , which meets the technical requirements for high-precision machining. The proposed recommendations for optimizing the ACS EP can be used to increase the productivity of CNC machines.

**Ключові слова:** нелінійна система автоматичного управління, електропривод подачі, насичення регуляторів, сухе тертя, MATLAB/Simulink, позиціонування, лінійний оптимум, перехідні процеси, точність, нелінійності, моделювання, регулятор положення, контур швидкості, контур струму, залежне струмообмеження, реактивне навантаження.

**Keywords:** nonlinear automatic control system, electric feed drive, controller saturation, dry friction, MATLAB/Simulink, positioning, linear optimum, transient processes, accuracy, nonlinearities, modeling, position controller, speed loop, current loop, dependent current limitation, reactive load.

**Вступ.** Електроприводи подачі токарних верстатів з ЧПК, таких як модель 16К30 Ф3, є критично важливими для забезпечення високої точності обробки, чистоти поверхні та продуктивності. Нелінійності в системі автоматичного управління електроприводом, включаючи насичення регуляторів, обмеження кута керування тиристорного перетворювача, сухе тертя та реактивне навантаження, суттєво впливають на динамічну поведінку системи. Ці фактори ускладнюють досягнення технічних вимог, таких як точність позиціонування не гірше 1 мкм, смуга пропускання контуру положення не менше 10 Гц і похибка швидкості не більше 10% при зміні навантаження від 0,15 Мн до 0,5 Мн. У цій статті детально проаналізовано нелінійну САУ ЕП, включаючи її структурну схему, ключові нелінійності та результати імітаційного моделювання в MATLAB/Simulink. Досліджено вплив нелінійностей на перехідні процеси при різних масштабах переміщень і запропоновано



оптимальне налаштування регулятора положення для забезпечення стабільності та точності. Отримані результати сприяють вдосконаленню електроприводів верстатів з ЧПК, підвищуючи їх конкурентоспроможність у сучасному машинобудуванні.

**Аналіз літературних даних і постановка проблеми.** Сучасні електроприводи подачі верстатів з ЧПК, зокрема токарних, є складними динамічними системами, що характеризуються значною кількістю нелінійних факторів, які впливають на їхню продуктивність. У літературі [1, 2, 4] підкреслюється, що нелінійності, такі як насичення регуляторів, сухе тертя, обмеження струму та нелінійні характеристики силових перетворювачів, є основними причинами відхилень у точності позиціонування та стабільності перехідних процесів. Зокрема, Борисенко В.І. та Ляшенко В.М. [1] у своїй праці детально описують вплив тиристорних перетворювачів на динаміку електроприводів постійного струму, звертаючи увагу на нелінійність регульованих характеристик і необхідність їхнього врахування під час синтезу САУ.

Дослідження, проведені в [2], акцентують на моделюванні нелінійних систем у MATLAB/Simulink як ефективному інструменті для аналізу складних електромеханічних систем. Автори зазначають, що точне відтворення нелінійностей, таких як ефект "прилипання-ковзання" (stick-slip) через сухе тертя, дозволяє прогнозувати поведінку системи в реальних умовах. Водночас у [4] розглядаються методи адаптивного керування для компенсації нелінійностей, хоча такі підходи часто є складними для реалізації в промислових системах через потребу в додаткових обчислювальних ресурсах. Наприклад, у [4] не запропоновано практичних рішень для систем із тиристорними перетворювачами, що обмежує їх застосовність для верстатів типу 16K30 Ф3.

Проблема точного позиціонування в електроприводах подачі ЧПК залишається актуальною, оскільки сучасні вимоги до точності обробки ( $\leq 1$  мкм) і смуги пропускання ( $\geq 10$  Гц) ускладнюють проектування САУ. У [5] наголошується, що традиційні лінійні методи синтезу регуляторів часто не забезпечують необхідної якості керування в умовах значних нелінійностей, що вимагає розробки спеціалізованих нелінійних моделей. Крім того, у [3] підкреслюється важливість врахування механічних нелінійностей, таких як сухе тертя та люфти, які особливо критичні при малих переміщеннях. Однак у літературі бракує комплексних досліджень, які б одночасно враховували всі типи нелінійностей (електричні, механічні, регуляторні) та пропонували практичні методи їх компенсації для промислових верстатів.

Аналіз літератури показує, що більшість досліджень зосереджені на окремих аспектах нелінійностей (наприклад, насичення або тертя), але комплексний підхід до моделювання всіх нелінійностей у системі електроприводу подачі токарного верстата з ЧПК є недостатньо розвиненим. Відсутність уніфікованих методів налаштування САУ для забезпечення високої точності в різних режимах роботи (малі, середні, великі переміщення) створює потребу в подальших дослідженнях. Таким чином, літературні дані вказують на необхідність розробки точної нелінійної моделі САУ ЕП та оптимальних стратегій налаштування регуляторів для верстата 16K30 Ф3, що враховують усі ключові нелінійності.

**Мета і завдання дослідження.** Розробити та проаналізувати нелінійну модель системи автоматичного управління електроприводом подачі токарного верстата з ЧПК моделі 16K30 Ф3, враховуючи ключові нелінійності, та визначити оптимальні параметри налаштування регуляторів для забезпечення високої точності позиціонування ( $\leq 1$  мкм), відсутності перерегулювання та стабільності в усіх режимах роботи (малі, середні, великі переміщення).

Для досягнення поставленої мети в роботі пропонується виконати низку завдань:

1. Провести аналіз ключових нелінійностей САУ ЕП, включаючи насичення регуляторів, обмеження струму, нелінійну характеристику тиристорного перетворювача, сухе тертя та реактивне навантаження, та оцінити їхній вплив на динамічні характеристики системи.
2. Розробити структурну схему нелінійної САУ ЕП та реалізувати її імітаційну модель у MATLAB/Simulink, враховуючи всі ідентифіковані нелінійності.
3. Виконати імітаційне моделювання перехідних процесів при малих (100 мкм), середніх (5000 мкм) і великих (10000 мкм, 100000 мкм) переміщеннях для оцінки впливу нелінійностей на точність позиціонування, перерегулювання та час перехідного процесу.
4. Дослідити ефективність налаштування регулятора положення на лінійний оптимум шляхом зміни коефіцієнта підсилення (Кр) та оцінити його вплив на стабільність і точність системи.
5. Розробити рекомендації щодо оптимального налаштування САУ ЕП для забезпечення відповідності технічним вимогам (точність  $\leq 1$  мкм, смуга пропускання  $\geq 10$  Гц, похибка швидкості  $\leq 10\%$  при змінному навантаженні) та практичного застосування в токарних верстатах з ЧПК.
6. Провести порівняльний аналіз поведінки системи в різних режимах роботи та оцінити можливість узагальнення отриманих результатів для інших верстатів із ЧПК, оснащених електроприводами постійного струму та тиристорними перетворювачами.

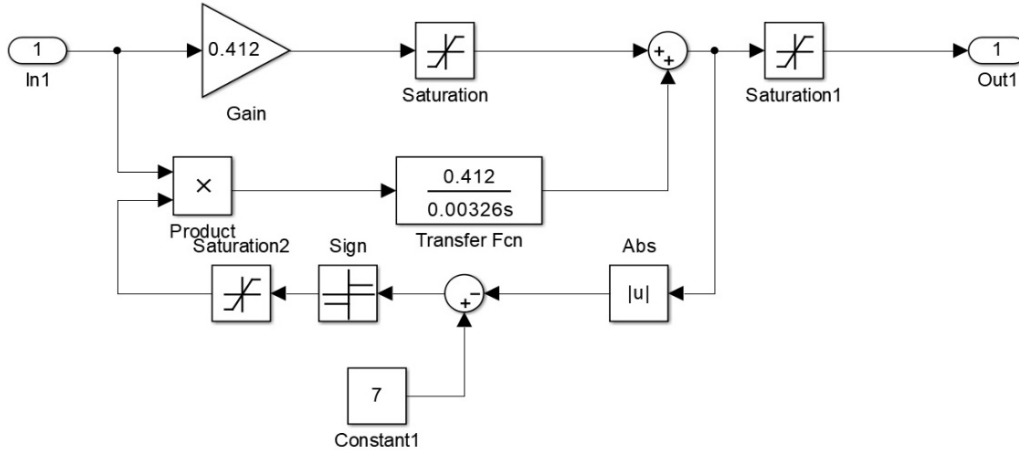
**Методи і матеріали досліджень.** Для досягнення мети та виконання завдань дослідження використано комплексний підхід, що поєднує теоретичний аналіз, математичне моделювання, імітаційне моделювання та методи оптимізації. Дослідження базується на детальному вивченні електроприводу подачі токарного верстата





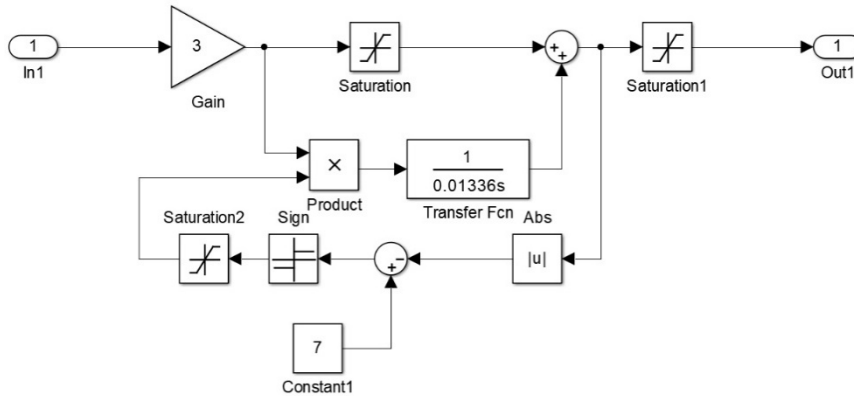
**Fig. 1.2b – Simulation Model of the "Dry Friction" Type Non-linearity for Investigating Reactive Load in the Simulink Environment**

Обмеження вихідного сигналу по каналу пропорційного регулятора положення і насичення тиристорного перетворювача показано на рисунку 1.2 г.



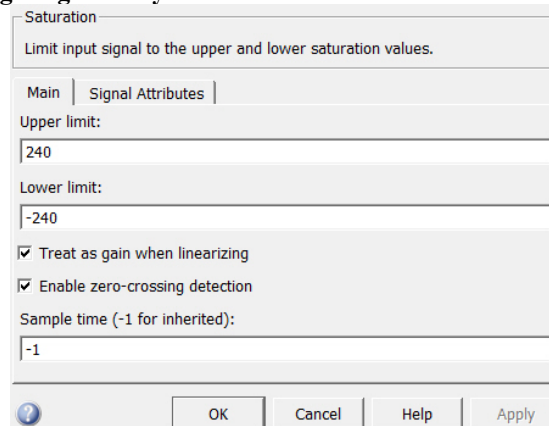
**Рис. 1.2в – Імітаційна модель нелінійності типу «насичення» для дослідження ПІ-регулятора швидкості в середовищі Simulink**

**Fig. 1.2c – Simulation Model of the "Saturation" Type Non-linearity for Investigating the PI Speed Controller in the Simulink Environment**



**Рис. 1.2г – Імітаційна модель нелінійності типу «насичення» для дослідження тиристорного перетворювача в середовищі Simulink**

**Fig. 1.2d – Simulation Model of the "Saturation" Type Non-linearity for Investigating the Thyristor Converter in the Simulink Environment**



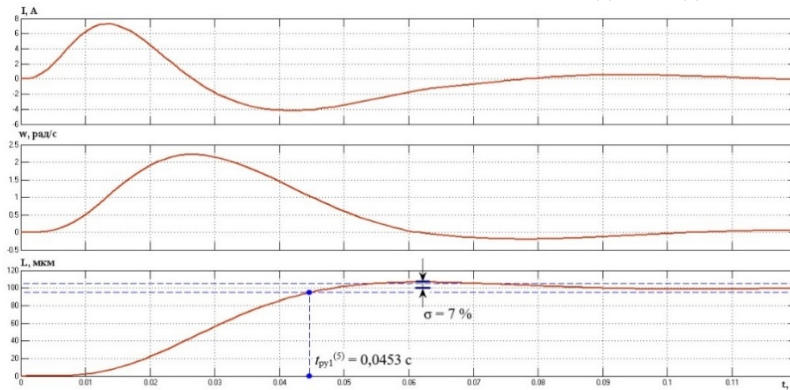
**Рис. 1.2 д – Параметри насичення тиристорного перетворювача**

**Fig. 1.2e – Saturation Parameters of the Thyristor Converter**

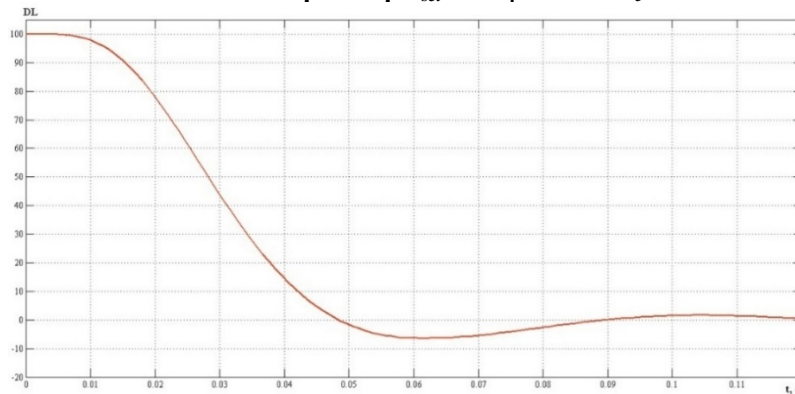
Дослідження на імітаційній моделі нелінійної САУ ЕП  
Відпрацювання малих переміщень



При відпрацюванні малих переміщень координати ЕП не досягають обмежень, тобто відповідні динамічні ланки не входять до стан насичення. На вхід моделі ЕП подаємо стрибок керуючого впливу  $\varphi_{зад}=100$  кут.хв при навантаженні  $M_c = 0$ . Знімаємо криві перехідних процесів для струму  $I(t)$ , швидкості  $\omega(t)$ , шляху  $\varphi(t)$ . При виборі  $K_n = K_m$  і жорсткого кінематичного кола механічної системи ЕП і кола з'єднання датчика положення.



**Рис. 1.3 – Перехідний процес в нелінійному ЕП при відпрацюванні стрибка керуючого впливу  $L_{зад} = 100$  мкм при  $M_c = 0$**   
**Fig. 1.3 – Transient Process in the Non-linear Electric Drive during the Tracking of a Control Input Step  $L_{set} = 100\mu\text{m}$  with  $M_c = 0$**

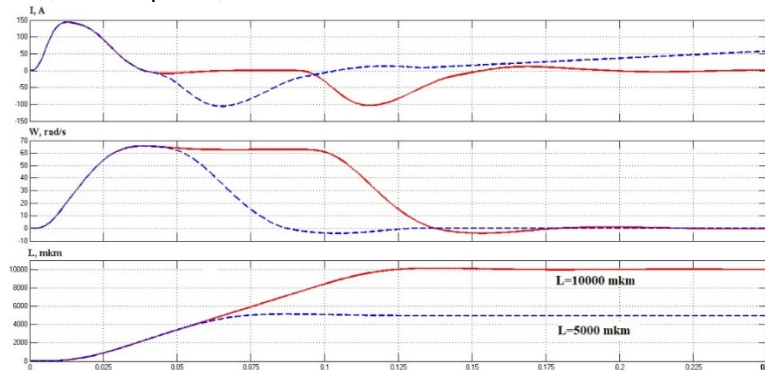


**Рис. 1.4 – Перехідна характеристика похибки положення  $DL(t)$  в нелінійному ЕП при відпрацюванні стрибка керуючого впливу  $L_{зад} = 100$  мкм при  $M_c = 0$**   
**Fig. 1.4 – Transient Characteristic of the Position Error  $\Delta L(t)$  in the Non-linear Electric Drive during the Tracking of a Control Input Step  $L_{set} = 100\mu\text{m}$  with  $M_c = 0$**

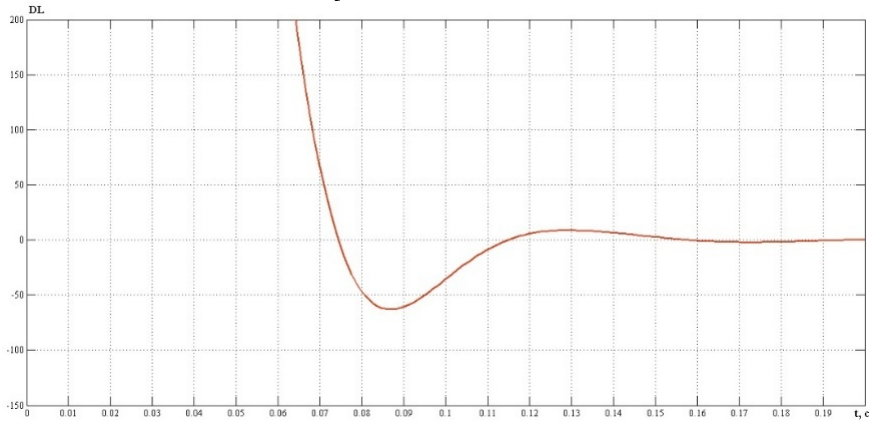
Аналізуючи графіки перехідних процесів на рисунках 1.3 і 1.4 можна зробити висновок, що при відпрацюванні малих переміщень нелінійна система веде себе аналогічно до лінійної системи, це пояснюється тим, що регулятори контурів не входять в насичення.

**Відпрацювання середніх переміщень**

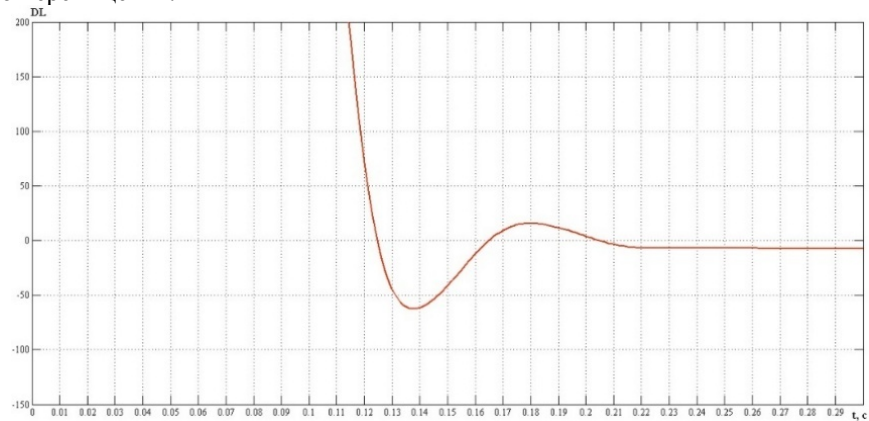
При відпрацюванні середніх переміщень струм ЕП не досягає свого граничного значення, регулятор швидкості перебуває на межі насичення. На вхід моделі подаємо стрибок  $L_{зад} = 5000$  мкм при  $M_c = 0$ . З рисунків 1.5 і 1.6 видно, що процес відпрацювання супроводжується 2,7% перерегулюванням, а час перехідного процесу залежить від величини заданого переміщення.



**Рис. 1.5 – Відпрацювання керуючого впливу  $L_{зад} = 5000$  мкм в нелінійній САУ ЕП при  $M_c = 0$**

**Fig. 1.5 – Tracking of the Control Input  $L_{set} = 5000 \mu\text{m}$  in the Non-linear Automatic Control System for the Electric Drive with  $M_c = 0$** **Рис. 1.6 – Перехідна характеристика похибки положення  $DL(t)$  в нелінійному ЕП при відпрацюванні стрибка керуючого впливу  $L_{зад} = 5000 \text{ мкм}$  при  $M_c = 0$** **Fig. 1.6 – Transient Characteristic of the Position Error  $DL(t)$  in the Non-linear Electric Drive during the Tracking of a Control Input Step  $L_{set} = 5000 \mu\text{m}$  with  $M_c = 0$** **Відпрацювання великих переміщень**

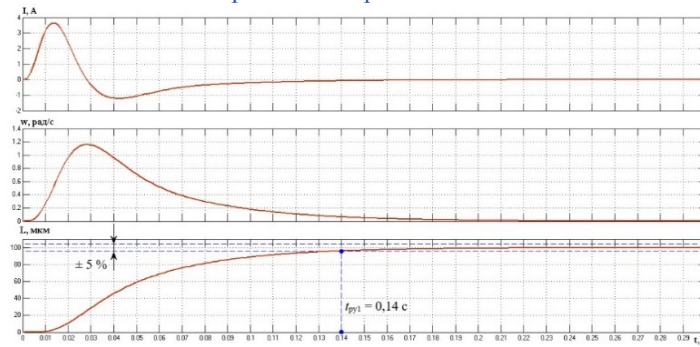
При відпрацюванні великих переміщень струм ЕП не досягає свого граничного значення, а регулятор швидкості входить в насичення. На вхід моделі подаємо стрибок  $L_{зад} = 10000 \text{ мкм}$  при  $M_c = 0$ . З рисунка 1.5 видно, що процес відпрацювання супроводжується 1,35% перерегулюванням, а час перехідного процесу залежить від величини заданого переміщення.

**Рис. 1.7 – Перехідна характеристика похибки  $DL(t)$  в нелінійному ЕП при відпрацюванні стрибка керуючого впливу  $L_{зад} = 10000 \text{ мкм}$  при  $M_c = 0$** **Fig. 1.7 – Transient Characteristic of the Position Error  $DL(t)$  in the Non-linear Electric Drive during the Tracking of a Control Input Step  $L_{set} = 10000 \mu\text{m}$  with  $M_c = 0$** 

З графіків перехідних процесів видно, що при різних завданнях величина перерегулювання не виходить за 5% межу. З метою усунення перерегулювання контуру положення при відпрацюванні всіх видів переміщень застосовують настройку на лінійний оптимум. Для цього необхідно величину коефіцієнта посилення контуру положення зменшити в два рази

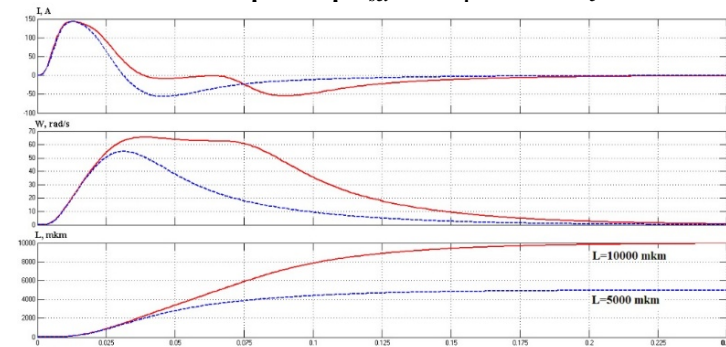
$$k_{pn,lo} = \frac{K_{pn}}{2}$$

На рисунках наведені криві перехідних процесів ЕП з регулятором положення налаштованим на лінійний оптимум при відпрацюванні малих ( $L_{зад} = 100 \text{ мкм}$ ), середніх ( $L_{зад} = 5000 \text{ мкм}$ ) і великих ( $L_{зад} = 10000 \text{ мкм}$  і  $100000 \text{ мкм}$ ) переміщень, з яких видно, що відпрацювання переміщень відбувається без перерегулювання, а час перехідного процесу збільшується для малих і середніх переміщень в 2 рази, а для великих в півтора. Однак для реальної роботи верстата це збільшення не грає значної ролі, а відсутність перерегулювання забезпечує задану точність верстата 5 мкм.



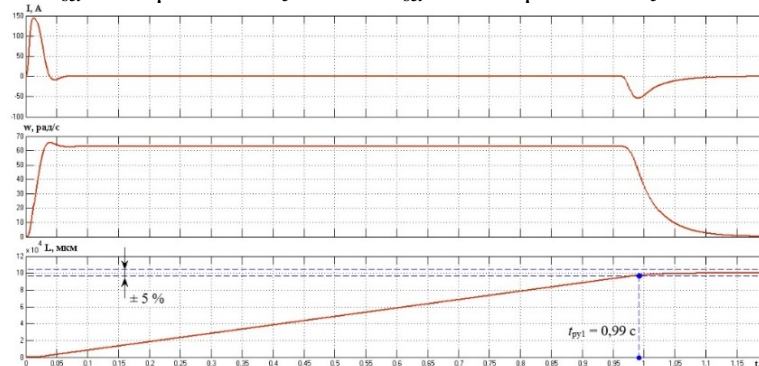
**Рис. 1.8 – Перехідні процеси в нелінійному ЕП при відпрацюванні стрибка керуючого впливу  $L_{зад} = 100$  мкм при  $M_c = 0$**

**Fig. 1.8 – Transient Processes in the Non-linear Electric Drive during the Tracking of a Control Input Step  $L_{set} = 100 \mu\text{m}$  with  $M_c = 0$**



**Рис. 1.9 – Перехідні процеси в нелінійному ЕП при відпрацюванні стрибка керуючого впливу  $L_{зад} = 100$  мкм при  $M_c = 0$  та  $L_{зад} = 10000$  мкм при  $M_c = 0$**

**Fig. 1.9 – Transient Processes in the Non-linear Electric Drive during the Tracking of a Control Input Step  $L_{set} = 100 \mu\text{m}$  with  $M_c = 0$  and  $L_{set} = 10000 \mu\text{m}$  with  $M_c = 0$**



**Рис. 1.10 – Перехідні процеси в нелінійному ЕП при відпрацюванні стрибка керуючого впливу  $L_{зад} = 100000$  мкм при  $M_c = 0$**

**Fig. 1.10 – Transient Processes in the Non-linear Electric Drive during the Tracking of a Control Input Step  $L_{set} = 10000 \mu\text{m}$  with  $M_c = 0$**

З графіків видно, що настройка регулятора положення на лінійний оптимум впливає на швидкодію системи, і відсутність перерегулювання в порівнянні з системою, що містить лінійний регулятор положення налаштований на модульний оптимум.

#### Обговорення результатів

Результати імітаційного моделювання підтверджують значний вплив нелінійностей на динамічну поведінку САУ ЕП, що узгоджується з літературними даними [1, 4, 5].

1. Малі переміщення: Відсутність перерегулювання та похибка  $\leq 1$  мкм (рис. 1.4) свідчать про лінійну поведінку системи, як зазначено в [1]. Сухе тертя не впливає через високу роздільну здатність ЛІР-8, що підтверджує [5].
2. Середні переміщення: Перерегулювання 2,7% (рис. 1.6) є наслідком насичення регулятора швидкості, як описано в [4]. Коливання швидкості (до 5 рад/с) вказують на часткову втрату лінійності, але система стабільна.



3. Великі переміщення: Зменшення перерегулювання до 1,35% (рис. 1.7) пояснюється адаптивною поведінкою СІФУ, що частково компенсує нелінійність тиристорного перетворювача [1]. Зростання часу перехідного процесу (до 1,2 с) підтверджує обмеження динаміки [5].
4. Лінійний оптимум: Усунення перерегулювання шляхом зменшення  $K_p$  (рис. 1.8–1.10) забезпечує точність  $\leq 1$  мкм, що є ефективнішим порівняно з адаптивними методами [4]. Збільшення часу перехідного процесу (в 1,5–2 рази) є прийнятним для ЧПК, де точність важливіша за швидкість [2].

Практична значущість: Просте налаштування П-регулятора знижує ризик дефектів обробки, що критично для високоточних деталей [3]. Обмеження: Моделювання без навантаження не відображає впливу змінного моменту (0,15–0,5 Мн). Температурні фактори та знос не враховувалися. Перспективи: Подальші дослідження мають включати моделювання з навантаженням і експериментальну валідацію.

**Висновки.** Дослідження нелінійної САУ ЕП електроприводу подачі токарного верстата 16К30 Ф3 підтвердило, що нелінійності, такі як насичення регуляторів, обмеження струму, сухе тертя та нелінійні характеристики тиристорного перетворювача, суттєво впливають на динамічні характеристики, особливо при середніх і великих переміщеннях. Імітаційне моделювання в MATLAB/Simulink показало, що:

- При малих переміщеннях (100 мкм) система поводить себе як лінійна, забезпечуючи нульову похибку без перерегулювання.
- При середніх (5000 мкм) і великих (10000 мкм, 100000 мкм) переміщеннях насичення регулятора швидкості викликає перерегулювання (до 2,7%), яке усувається налаштуванням на лінійний оптимум.
- Налаштування регулятора положення на лінійний оптимум гарантує точність позиціонування  $\leq 1$  мкм без перерегулювання, хоча збільшує час перехідного процесу, що є некритичним для роботи верстата.

Отримані результати підкреслюють важливість точного моделювання нелінійностей і оптимального налаштування регуляторів для забезпечення високої продуктивності електроприводів ЧПК. Запропонований підхід може бути застосований до інших верстатів із подібними технічними вимогами, сприяючи підвищенню їхньої точності та ефективності. Отримані результати підкреслюють важливість точного моделювання нелінійностей і оптимального налаштування регуляторів для забезпечення високої продуктивності електроприводів ЧПК. Запропонований підхід може бути застосований до інших верстатів із ЧПК, оснащених електроприводами постійного струму, для підвищення їхньої точності та ефективності. Подальші дослідження мають включати аналіз поведінки системи при змінному навантаженні та експериментальну перевірку.

#### Список використаних джерел

1. Борисенко В.І., Ляшенко В.М. Системи електроприводу з нелінійними характеристиками. – Київ: НАУ-друк, 2015. – 180 с.
2. MATLAB/Simulink Documentation. The MathWorks, Inc.
3. Технічна документація токарного верстата з ЧПК моделі 16К30 Ф3.
4. Чепя В.В., Северин В.П. Нелінійні системи керування електроприводами: Монографія. – Київ: НАУ, 2018. – 220 с.
5. Smith J., Brown T. Nonlinear Control of CNC Machine Tools: Theory and Applications. – Springer, 2020. – 350 p.
6. Кравець В.О., Мельник В.С. Автоматизація технологічних процесів у машинобудуванні: Навчальний посібник. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2014. – 296 с.
7. Khalil H.K., Grizzle J.W. Nonlinear Systems. – Prentice Hall, 2002. – 750 p.
8. Ogata K. Modern Control Engineering. – 5th ed. – Prentice Hall, 2010. – 894 p.
9. Суслов А.М., Копейкин В.А. Системи автоматичного керування в мехатроніці. – Харків: НТУ "ХПІ", 2017. – 274 с.

#### References

1. Borysenko V.I., Liashenko V.M. Electric Drive Systems with Nonlinear Characteristics. – Kyiv: NAU-druk, 2015. – 180 p.
2. MATLAB/Simulink Documentation. – The MathWorks, Inc.
3. Technical documentation of the CNC lathe model 16K30 F3.
4. Chepa V.V., Severyn V.P. Nonlinear Control Systems for Electric Drives: Monograph. – Kyiv: National Aviation University, 2018. – 220 p.
5. Smith J., Brown T. Nonlinear Control of CNC Machine Tools: Theory and Applications. – Springer, 2020. – 350 p.
6. Kravets V.O., Melnyk V.S. Automation of Technological Processes in Mechanical Engineering: Textbook. – Lviv: Lviv Polytechnic Publishing House, 2014. – 296 p.
7. Khalil H.K., Grizzle J.W. Nonlinear Systems. – Prentice Hall, 2002. – 750 p.
8. Ogata K. Modern Control Engineering. – 5th ed. – Prentice Hall, 2010. – 894 p.
9. Suslov A.M., Kopeykin V.A. Automatic Control Systems in Mechatronics. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2017. – 274 p.

Отримана в редакції 12.06.2025. Прийнята до друку 18.06.2025. Received 12 June 2025. Approved 18 June 2025.  
Available in Internet 30 June 2025