



УДК 004.01/08

РОЗРОБКА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ СТВОРЕННЯ НОВОГО СОРТУ МОРОЗИВА

¹Котлик С.В., ²Соколова О.П., ³Шарахматова Т.Є.^{1,2,3} Odessa National University of Technology, Odessa, UkraineORCID: ¹<https://orcid.org/0000-0001-5365-1200>, ²<https://orcid.org/0000-0001-9224-6734>, ³<http://orcid.org/0000-0001-6080-6995>E-mail: ¹sergknet@gmail.com, ²okspetr@ukr.net, ³sharahmatova@ukr.net

Copyright © 2021 by author and the journal "Automation of technological and business – processes".

This work is licensed under the Creative Commons Attribution International License (CC BY).

<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>

DOI: 10.15673/atbp.v15i2.2530

Анотація. У цій статті було проведено аналіз застосування математичних методів для створення нових харчових продуктів, показано вигоди від використання моделювання у процесі розробки складу сумішей під час розрахунків нових полікомпонентних продуктів, зокрема морозива. Поліпшення якості цього продукту отримано шляхом додавання шипшини та синього чаю. Виявлено найбільш значущі характеристики отриманого морозива, складено моделі їх залежностей від складу доданих натуральних інгредієнтів. Докладно описано схему знаходження математичних моделей з використанням програмного продукту Design-Expert компанії Stat-Ease. Побудовано оптимальний план експерименту, яким були виконані реальні фізичні експерименти, у яких оцінювалися характеристики нового виду морозива залежно від співвідношення вхідних інгредієнтів "синій чай – шипшина". Проаналізовано результати натурного фізичного експерименту та обрано клас шуканої математичної моделі. Опрацьовано експериментальні дані за допомогою методів регресійно-кореляційного аналізу у програмі Design-Expert, знайдено числові коефіцієнти математичної моделі. Проаналізовано отримані коефіцієнти щодо адекватності отриманих результатів вихідним даним. Надалі ця модель може бути використана для оптимальних розрахунків морозива з додаванням натуральних інгредієнтів.

Abstract. In this article, an analysis was made of the use of mathematical methods for the creation of new food products, and the benefits from the use of modeling in the process of compiling the composition of mixtures in the calculation of new multicomponent products, in particular, ice cream, were shown. An improvement in the quality of this product is obtained by adding rose hips and blue tea. The most significant characteristics of the resulting ice cream were identified, models of their dependence on the composition of the added natural ingredients were compiled. The scheme for finding mathematical models using the Design-Expert software product from Stat-Ease is described in detail. The optimal plan of the experiment was built, according to which real physical experiments were performed, in which the characteristics of a new type of ice cream were evaluated depending on the ratio of the input ingredients "blue tea - rosehip". The results of a full-scale physical experiment are analyzed and the class of the desired mathematical model is selected. The experimental data were processed using the methods of regression-correlation analysis in the Design-Expert program, the numerical coefficients of the mathematical model were found. The obtained coefficients are analyzed for the adequacy of the obtained results to the initial data. In the future, this model can be used for optimal calculations of the composition of ice cream with the addition of natural ingredients.

Ключові слова: нові харчові продукти, натурний експеримент, математична модель, емпірична формула, фактори

Key words: new food products, full-scale experiment, mathematical model, empirical formula, factors

Постановка проблеми. Структура харчування населення є важливим аспектом здоров'я та благополуччя людей. Поліпшення структури харчування населення є завданням, яке ставлять перед собою фахівці у галузі охорони здоров'я, харчування та громадського здоров'я. Сучасне харчування має не тільки задовольняти фізіологічні потреби організму людини в харчових речовинах та енергії, а й виконувати профілактичні та лікувальні функції та, звичайно, бути абсолютно безпечним. Одним з головних завдань покращення структури харчування є зниження споживання продуктів, що містять велику кількість цукру, солі або жирів (а також збільшення в споживаних продуктах частки інгредієнтів, які сприятливо впливають на здоров'я людей – вітаміни, амінокислоти, поживні речовини). Це може бути досягнуто через регулювання вмісту цих інгредієнтів у продуктах або шляхом надання населенню здоровіших альтернативних продуктів. В основному ця проблема вирішується шляхом створення нових продуктів з наперед заданими властивостями [1, 2, 8, 9].

Розробка нових харчових продуктів має кілька цілей:

- задоволення попиту, що росте, на продукти харчування, особливо у зв'язку зі збільшенням населення;
- покращення якості їжі, наприклад, для покращення смаку, текстури або харчової цінності;
- вирішення проблем, пов'язаних зі здоров'ям та екологією (наприклад, можна створити продукти, які міститимуть менше цукру, солі або жирів, щоб боротися з проблемами пов'язаними з ожирінням та серцево-



судинними захворюваннями; можна створювати продукти для людей з алергіями та непереносимістю певних продуктів);

- покращення екологічної стійкості харчової промисловості (наприклад, можна використовувати інгредієнти, отримані з рослинних джерел, щоб скоротити споживання ресурсів та зменшити викиди парникових газів).

В останні роки створення нових харчових продуктів безпосередньо пов'язується з математичним та комп'ютерним моделюванням. За допомогою комп'ютерного моделювання можна передбачити властивості продукту на основі його складу та процесу його виробництва. Це дозволяє розробникам ефективніше використовувати властивості інгредієнтів, враховувати їхню взаємодію та оптимізувати процес виробництва продукту. При комп'ютерному моделюванні з'являється можливість оптимізації певних властивостей продукту, що розробляється, за встановленим критерієм (або критеріями) без використання дуже коштовних експериментальних досліджень. Такі підходи дозволяють скоротити час та витрати на розробку продукту, а також підвищити його якість та конкурентоспроможність [2, 7, 8, 10, 11, 12].

Створення ефективних рецептур нових продуктів нині ґрунтується на проведенні необхідних натурних експериментів, обробці результатів за допомогою методів регресійно-кореляційного аналізу, побудові адекватної математичної моделі, розробці відповідного програмного забезпечення та проведенню комплексних розрахунків. Такий підхід дозволяє заощадити матеріальні засоби та отримати інструмент для розрахунку рецептури створення нових продуктів із заданими властивостями. Виходячи зі сказаного, саме розширення можливостей оптимізаційних програмних засобів дозволить вийти на якісно новий рівень у розробці нових видів харчових продуктів із заданим хімічним складом, споживчими та технологічними характеристиками.

Проектування харчових продуктів оптимального складу методами математичного та комп'ютерного моделювання дозволить знизити фінансові та тимчасові витрати на розробку продуктів харчування, своєчасно реагувати на зміну потреб людського організму в умовах техногенного суспільства та суттєво розширити асортимент продукції функціонального, лікувально-профілактичного та лікувально-терапевтичного призначення, харчування окремих груп населення. Такий підхід можна застосовувати для великого кола продуктів, у тому числі морозива [3, 4, 5, 6, 11].

Морозиво є одним із найпопулярніших продуктів у світі завдяки своїм високим споживчим властивостям. Воно має приємний смак, текстуру та аромат, а також є джерелом енергії та поживних речовин. Розробка нових видів морозива є важливим завданням для покращення якості продукту та задоволення мінливих потреб споживачів.

При проектуванні нових сортів морозива можна враховувати унікальні смаки та аромати (наприклад, можна використовувати екзотичні фрукти та спеції, щоб створити продукти, які будуть задовольняти потребам споживачів у незвичайних смаках та ароматах). Нові види морозива можуть також бути створені для покращення його харчової цінності. Наприклад, можна додавати до морозива інгредієнти, які є джерелами важливих поживних речовин, таких як вітаміни, мінерали, білки та жирні кислоти [3, 4, 6].

Для вітчизняних споживачів головними критеріями при виборі морозива є його смакові якості, вид упаковки та термін придатності. Найбільше українці люблять класичний пломбір, який купують 80% вітчизняних споживачів. На другому місці за популярністю морозиво із фруктовими наповнювачами. Поступово зростає кількість покупців органічного морозива, яке, незважаючи на вищу вартість, не містить штучних добавок і корисніше для організму [3].

Морозиво легко засвоюється організмом людини і має високу харчову, біологічну та енергетичну цінність. У морозиві на молочній основі міститься весь комплекс необхідних для організму людини речовин: молочний жир, білки, вуглеводи, мінеральні речовини, вітаміни А, групи В, Д, Е, Р тощо. Плодово-ягідне морозиво та овочево відрізняється високим вмістом вітаміну С. Проте в даний час актуальним завданням є розробка нових видів морозива, збагачених натуральними інгредієнтами, зокрема, в морозиво може додаватись шипшина та синій чай. Побудова відповідних математичних моделей і комп'ютерних програм виводить завдання формування нової рецептури на більш високий рівень, дозволяючи розраховувати заздалегідь рецептуру продукту із заданими властивостями (зокрема враховувати й економічні показники) [5, 9, 10, 11].

Методи і матеріали досліджень. У більшості публікацій дослідження створення нових продуктів завершується на етапі побудови математичної моделі з поясненням очікуваного результату їх застосування. Можна перерахувати поодинокі спроби реалізувати запропоновані постановки розробки рецептур харчових продуктів практично за допомогою комп'ютерних програм, хоча такий підхід є логічним і раціональним [5, 7, 9, 10].

У цій роботі зроблено спробу побудови математичних моделей (за ними, згодом, буде побудовано комп'ютерну програму), які зможуть за заданими вихідними характеристиками визначати оптимальне співвідношення добавок шипшини та синього чаю.

В основу моделювання покладено принцип харчової комбінаторики, що полягає в обґрунтованому кількісному підборі основної сировини та збагачувальних добавок, що в сукупності забезпечує формування необхідних органолептичних та фізико-хімічних властивостей готового продукту із заданим рівнем споживчих характеристик та економічної доцільності.

Додавання в чай шипшини та синього чаю обумовлено їх унікальними властивостями та корисними характеристиками. Шипшина - це плід рослини троянди, що містить велику кількість вітаміну С, антиоксидантів та інших поживних речовин. Серед корисних властивостей шипшини можна виділити його здатність



покращувати імунну систему, сприяти загоєнню ран, зміцнювати зуби та кістки, а також покращувати метаболізм. Синій чай, або оолонг, є китайським чаєм, він багатий на антиоксиданти, такі як антоціани, які допомагають захистити організм від вільних радикалів і запобігати розвитку різних захворювань, таких як рак, діабет, артрит і серцево-судинні захворювання. Крім того, синій чай має протизапальні властивості, які можуть допомогти зменшити запалення в організмі та зменшити ризик розвитку різних захворювань [3].

Для розробки нової рецептури необхідно було застосувати сучасний математичний апарат, побудувати математичний модуль процесу, оптимізувати його та отримати найкращі параметри. Математична модель має складатися за допомогою методів регресійно-кореляційного аналізу з урахуванням натурних експериментів. Статистичні методи планування та обробки досвіду за допомогою комп'ютера дозволяють значно інтенсифікувати працю дослідника, скоротити терміни й витрати на реальний фізичний досвід, підвищити достовірність і якість висновків за результатами експериментів. Метою застосування таких методів є отримання математичної моделі процесу, що вивчається, яка повинна описувати його досить повно. Після отримання такої моделі з'являється можливість замінити подальше експериментальне вивчення реального процесу аналізом його математичної моделі, що, звісно, різко знижує витрати за часом і матеріальним вкладенням. Надалі під моделлю розумітимемо таку формалізовану систему, яка, відбиваючи і відтворюючи об'єкт дослідження, здатна замінювати його в розрахунках.

Критерії відповідності моделі об'єкта можуть бути різними. Найчастіше таким критерієм є ступінь відхилення показника якості процесу (вихідні характеристики, витрата енергії робочого агента, витрати та ін), вимірюного безпосередньо на об'єкті та отриманого шляхом розрахунків за знайденою математичною моделлю. У випадку об'єкт дослідження представляється у вигляді чорного ящика (кібернетичний термін), внутрішня структура якого невідома; на вхід його діють вхідні дії x_i , $i = 1, 2, \dots, k$ (так звані «фактори», k – кількість факторів), а вихідні дії у ("відгуки"), які можуть вимірюватися реєструючими приладами. Якщо об'єкт має кілька відгуків, як у цьому випадку, вони можуть розглядатися незалежно один від одного [7, 8] або входити до розрахункової формули з ваговими коефіцієнтами.

Для проектування нового сорту морозива спочатку були проведені натурні експерименти, в яких змінювалося співвідношення мас шипшини і синього чаю, після аналізу результатів досліджень були виділені характеристики, що істотно впливають на властивості цього харчового продукту - *фенольні речовини* та *БАР (біологічно активні речовини)*. План натурних експериментів призначається у відповідність до рекомендацій програми Design Expert 12 (рис. 1-2). Результати експериментів наведено у таблиці 1.

Таблиця 1. Результати натурних фізичних експериментів

Екстракт	БАР	Фенольні речовини, мг/дм ³	Ціна за 1 л екстракту, грн
Синій чай на молоці	1300	1215,07	26,66
Шипшина	2250	228,83	8,2
Купаж С : Ш = 1 : 9	1750	537,95	10,04
Купаж С : Ш = 2 : 8	2000	699,87	11,89
Купаж С : Ш = 3 : 7	1550	685,15	13,73
Купаж С : Ш = 4 : 6	2500	810,27	15,56
Купаж С : Ш = 5 : 5	2750	994,27	17,43
Купаж С : Ш = 6 : 4	1650	1023,71	19,28
Купаж С : Ш = 7 : 3	1600	1031,07	21,12
Купаж С : Ш = 8 : 2	2250	1060,51	22,97
Купаж С : Ш = 9 : 1	2200	1281,31	24,81

Під математичною моделлю об'єкта, що вивчається, будемо розуміти рівняння, що зв'язує відгук і фактори $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$. Потрібно висловити аналітично (тобто у вигляді формули) залежність між значеннями x і y , в результаті замість функції $y = f(x_1, x_2, \dots, x_k)$ повинна вийти інша функція $z = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_k)$, що апроксимує (тобто приблизно описує функцію y).

Насправді знаходження параметрів емпіричної залежності (після висування гіпотези про її вигляді) використовує метод обраних точок, метод середніх, метод найменших квадратів. Для численних розрахунків коефіцієнтів регресійної формули у цій роботі використовувалася спеціалізована програма Design Expert 12, яка дозволяє отримати математичну модель як поліном відповідного ступеню [14].

Назвемо відхиленням експериментальної точки різницю між експериментальною ординатою y_i та тією, яка обчислена з теоретично знайденої функціональної залежності $z_i = \varphi(x_i)$. Якщо вважати, що функціональна залежність має вигляд $z = \varphi(x, a, b, c, \dots)$, то як сумарний критерій, що дозволяє знайти найкращий варіант, можна прийняти формулу квадратів відхилень:

$$S(a, b, c, \dots) = \sum_{i=1}^n [y_i - \varphi(x_i, a, b, c, \dots)]^2 \quad (1)$$



де **a**, **b**, **c**, ... – невідомі параметри у формулі емпіричної залежності, які потрібно підібрати, **n** – кількість дослідів.

Для розрахунку коефіцієнтів регресійної моделі **a**, **b**, **c** та проведення відповідного кореляційного аналізу в роботі застосовувався програмний продукт Design-Expert компанії Stat-Ease, Inc. (США) [12, 13, 14, 15, 16]. В даний час на ринку найбільш поширена версія 12 програми Design-Expert, що забезпечує велику кількість експериментальних проектів для вирішення найпоширеніших проблем. Розвинений інтерфейс надає користувачеві можливість визначення експериментальної мети, кількості та характеру змінних проекту, характеру функцій відгуку та економічне число експериментальних прогонів. Створена з його допомогою конструкція надає користувачеві список всіх експериментів, які необхідно виконати, щоб зібрати необхідну інформацію для досягнення мети [13, 15].

Stat-Ease Design Expert 12 Final Release – це статистична програма для проектування експериментів (DoE), яка пропонує поглиблений аналіз факторів процесу. Він надає обертові тривимірні графіки для візуалізації поверхонь двовимірних контурів, що допомагають ідентифікувати координати та прогнозувати відгуки [14].

Експеримент потрібен для того, щоб знайти числові значення коефіцієнтів регресійної моделі, при цьому потрібно прагнути до мінімізації кількості нульових коефіцієнтів, але одночасно поліном повинен задовольняти вимогам до моделі. Найчастіше експеримент ставиться після формування плану за одним із алгоритмів. Планування експериментів - це метод, за допомогою якого можна вносити цілеспрямовані зміни у вхідні фактори досліджуваного процесу, щоб спостерігати їх вплив на вихід (відгук). Зазвичай будується повнофакторний план експерименту, у якому кожному фактору ставиться у відповідність нижній та верхній рівень, а також інтервал варіювання. Однак у цій роботі використали інший підхід, у якому кожному чиннику ставиться у відповідність ряд рівнів, причому повного перебору їх не робиться. Це за специфікою створення нового сорту продукту (суміш), коли він має значення лише купаж (співвідношення інгредієнтів, що до нього входять).

У програмі розрахунку Design Expert 12 було обрано план експерименту під назвою Simplex Lattice Design, в якому передбачається від 2 до 30 компонентів (факторів), де всі компоненти повинні мати однаковий діапазон. Крапки вибираються, починаючи з крайніх вершин з достатньою кількістю точок між ними, щоб оцінити обраний поліном. За умовчанням цей план розширено для включення загальних контрольних і осьових сумішей [14]. Для двох факторів (x_1 – синій чай, x_2 – шипшина) та для трьох відгуків (біологічно активні речовини БАР, фенольні речовини, ціна) було побудовано план експерименту, результати якого представлені в таблиці 1.

У програмі Design Expert для завдання плану експерименту вхідні дані чинників представлені на рис.1, дані відгуків – на рис.2, а результати експериментів, які є вхідними даними розробки математичної моделі – на рис.3.



Рис.1 Завдання даних факторів (незалежних величин)

Response	Name	Units	Observations	Analysis	Minimum	Maximum	Mean	Std. Dev.	Ratio	Transform	Model
R1	БАР		9	Polynomial	1550	22500	4277,78	6846,13	14,52	Natural Log	Cubic
R2	Фенольні речовини		9	Polynomial	337,95	1281,51	902,68	233,94	2,38	None	Linear
R3	Ціна за 1 г		9	Polynomial	10,04	24,81	17,42	5,06	2,47	None	Linear

Рис.2 Завдання даних відгуків (залежних величин)

Для факторів передбачається зміна від 1 до 9 (тобто співвідношення інгредієнтів може бути в частках від 10), для відгуків обрана поліноміальна регресійна формула як найбільш поширена та універсальна. Після введення результатів експериментів (табл.1) у програму Design Expert (рис.3), можна проводити розрахунки визначення виду і невідомих коефіцієнтів шуканої математичної залежності [13, 14].



Std	Run	Component 1 А:Синій чай	Component 2 В:Шипшина	Response 1 БАР	Response 2 Фенольні речовини	Response 3 Ціна за 1 л
3	1	1	9	1730	337,93	10,04
2	2	2	8	2000	699,87	11,89
6	3	3	7	1300	683,15	13,73
7	4	4	6	2500	810,27	15,56
8	5	5	5	2730	994,27	17,43
1	6	6	4	1850	1023,71	19,28
4	7	7	3	1600	1031,07	21,12
5	8	8	2	2250	1060,51	22,97
9	9	9	1	2200	1281,31	24,81

Рис.3 Введення в програму Design Expert результатів експериментів (з табл.1)

Програма Design Expert 12 дозволяє оцінити як вплив окремих факторів на окремі відгуки (наприклад, «синій чай» – «біологічно активні речовини БАР», рис.4), так і взаємодію факторів (наприклад, «синій чай» – «шипшина», рис.5) [15, 16].

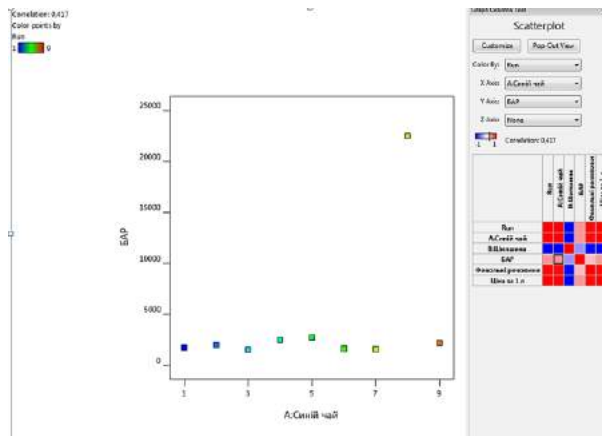


Рис.4 Вплив фактора синій чай на відгук БАР

Для обробки експерименту на початку досліджень була використана спроба описати залежності відгуків від двох чинників в квадратичній моделі наступного виду (це досить простий поліном, і, в більшості випадків, дає добрі результати):

$$f_1(x_i) = a_1 \cdot x_1 + a_2 \cdot x_2 + a_3 \cdot x_1^2 + a_4 \cdot x_2^2 + a_5 \tag{2}$$

Для цього в програмі Design Expert була задана відповідна модель (рис.6)

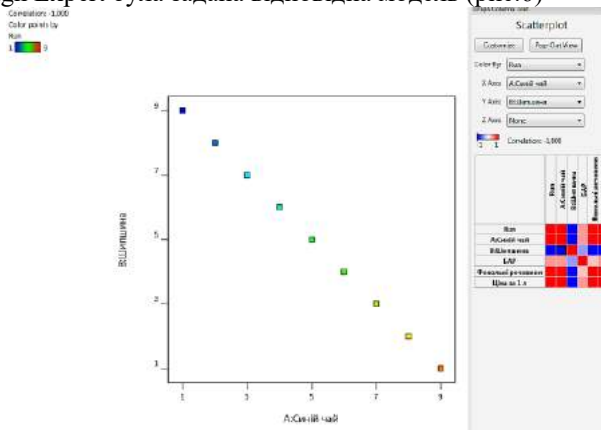


Рис.5 Взаємодія факторів синій чай – шипшина

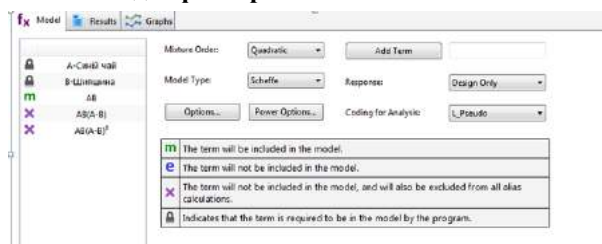


Рис.6 - Завдання квадратичної поліноміальної моделі

Для відгуку «Ціна» така модель виявилася достатньою, і результат [14] був досягнутий у вигляді:

$$f_1(x_i) = 1,7153x_1 + 1,6960x_2 + 0,09146x_1^2 - 0,091308965x_2^2 + 0,36390 \tag{3}$$



Застосування цієї моделі для розрахунків відгуку «Ціна» залежно від співвідношення факторів «синій чай – шипшина» дає такі результати (табл.2). Розрахункові значення відгуку отримані шляхом підставлення у формулу (3) значень факторів x_1 та x_2 .

Таблиця 2. Порівняльний аналіз отриманої моделі для відгуку «Ціна»

Синій чай	Шипшина	Ціна		Відхилення
		Розрахунок	Експеримент	
1	9	10,04	10,04	0,0000
2	8	11,88	11,89	0,0000
3	7	13,73	13,73	0,0000
4	6	15,58	15,56	0,0003
5	5	17,42	17,43	0,0000
6	4	19,27	19,28	0,0001
7	3	21,12	21,12	0,0000
8	2	22,97	22,97	0,0000
9	1	24,81	24,81	0,0000
Сумарне відхилення				0,0004

Зрозуміло, що така модель досить адекватна (відхилення розрахункових значень від експериментальних прагне нуля), і нею можна користуватися для визначення відгуку «Ціна» при зміні співвідношення факторів «синій чай – шипшина».

Застосування формули (2) для отримання моделей у вигляді квадратичного полінома для відгуків «БАР», «Фенольні речовини» скінчилося невдачею. Помилка при використанні формули (2) для відгуків "БАР" і "Фенольні речовини" досягають досить великих масштабів - десятки відсотків (рис.7), тому користуватися такою квадратичною формулою для них неможливо і такий вид емпіричної формули $\varphi(x_i)$, застосований на початку досліджень, є коректним.

Теоретично, чим більше ступінь апроксимуючого полінома, тим більш точно можна описати початкову модель, але тим більше складні розрахунки необхідно застосовувати [2, 12, 16]. Тому надалі при знаходженні математичних залежностей для відгуків «БАР» та «Фенольні речовини» довелося використовувати більш складну модель полінома 4 ступеня виду (4), яка була задана в наступному вигляді в програмі Design Expert (рис.8):

$$\varphi(x_i) = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_1^2 + a_4x_2^2 + a_5x_1^3 + a_6x_2^3 + a_7x_1x_2 + a_8x_1^2x_2 + a_9x_1x_2^2 + a_{10}x_1^3x_2^2 + a_{11}x_1^2x_2^3 + a_{12}x_1^4 + a_{13}x_2^4 + a_{14} \quad (4)$$

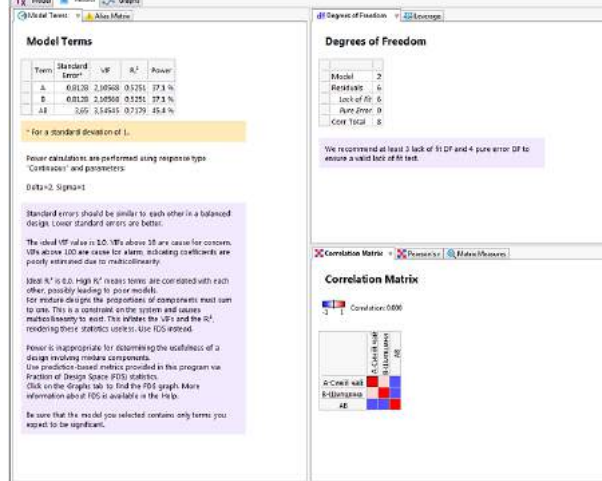


Рис.7 Ілюстрація помилок при використанні квадратичної моделі

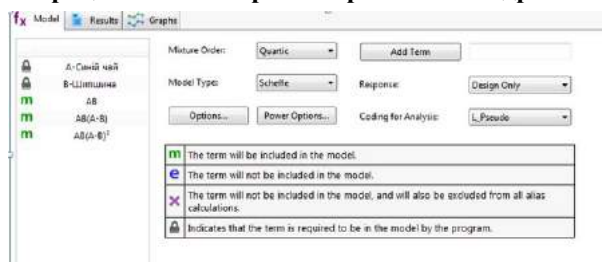


Рис.8 Завдання поліноміальної моделі четвертого ступеня



Результати розрахунків у програмі Design Expert для полінома 4 ступеня виду (4) для відгуку «Біологічно активні речовини» у вигляді коефіцієнтів наступні:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 0,64902694 \\
 a_2 &= -0,14875945 \\
 a_3 &= 5,23784779 \\
 a_4 &= -2,74340543 \\
 a_5 &= 26,0533102 \\
 a_6 &= -13,6277928 \\
 a_7 &= 1,25162776 \\
 a_8 &= 26,3248457 \\
 a_9 &= -13,8063313 \\
 a_{10} &= -1,95328848 \\
 a_{11} &= 1,77571392 \\
 a_{12} &= -2,73300387 \\
 a_{13} &= 1,76763284 \\
 a_{14} &= 0,04997897
 \end{aligned}
 \tag{5}$$

Застосування цієї моделі для розрахунків відгуку «БАР» залежно від співвідношення факторів «синій чай – шипшина» дає такі результати (табл.3).

Таблиця 3. Порівняльний аналіз отриманої моделі для відгуку «БАР»

Синій чай	Шипшина	Біологічно активні речовини			% Відхилення
		Розрахунок	Експеримент	Відхилення	
1	9	1734,635123	1750	15,364877	0,89
2	8	2004,813139	2000	4,8131394	0,24
4	6	2507,411478	2500	7,4114781	0,30
5	5	2710,235674	2750	39,764326	1,47
6	4	1649,983311	1650	0,0166888	0,00
7	3	1731,387331	1600	131,38733	7,59
8	2	2249,998442	2250	0,0015584	0,00
9	1	2216,234949	2200	16,234948	0,73
Сумарне відхилення				214,9943475	1,4

Графічно порівняльні результати розрахунків мають вигляд (по осі абсцис – значення відгуку «БАР», по осі ординат – номер експерименту), представлений на рис.9. Такі результати потрібні будуть надалі для знаходження найкращих точок (багатокритеріальна оптимізація), якщо виникне необхідність розглядати одночасно всі три відгуки.

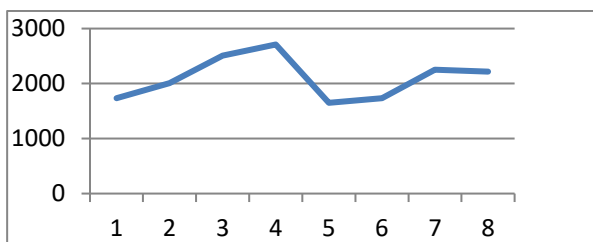


Рис. 9 Графічні результати розрахунків по відгуку «БАР»

Результати розрахунків у програмі Design Expert для полінома 4 ступеня виду (4) для відгуку «Фенольні речовини» у вигляді коефіцієнтів наступні:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= -0,0407452 \\
 a_2 &= 0,1283058 \\
 a_3 &= -0,6261878 \\
 a_4 &= 1,06383942 \\
 a_5 &= -3,1045798 \\
 a_6 &= 5,2910523 \\
 a_7 &= 0,2190119 \\
 a_8 &= -3,1570496 \\
 a_9 &= 5,3476192 \\
 a_{10} &= 0,4055332 \\
 a_{11} &= -0,2860911 \\
 a_{12} &= 0,5366423 \\
 a_{13} &= -0,5537441
 \end{aligned}
 \tag{6}$$



Застосування цієї моделі для розрахунків відгуку «Фенольні речовини» залежно від співвідношення факторів «синій чай – шипшина» дає такі результати (табл.4). Графічно порівняльні результати розрахунків мають вигляд (по осі абсцис – значення відгуку «Фенольні речовини», по осі ординат – номер експерименту), представлений на рис.10.

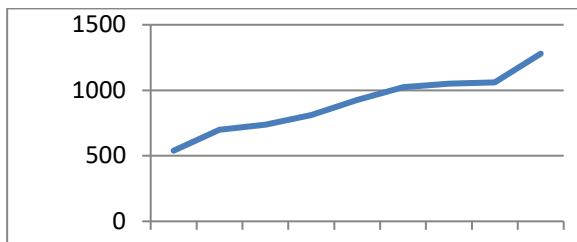


Рис.10 Графічні результати розрахунків по відгуку «Фенольні речовини»

Таблиця 4. Порівняльний аналіз отриманої моделі для відгуку «Фенольні речовини»

Синій чай	Шипшина	Фенольні речовини			
		Розрахунок	Експеримент	Відхилення	% Відхилення
1	9	539,1640095	537,95	1,214009504	0,23
2	8	699,8594034	699,87	0,010596588	0,00
3	7	737,3751643	685,15	52,22516428	7,08
4	6	810,6515451	810,27	0,381545114	0,05
5	5	926,5615688	994,27	67,70843119	7,31
6	4	1022,905952	1023,71	0,804048299	0,08
7	3	1051,408027	1031,07	20,33802715	1,93
8	2	1060,708669	1060,51	0,198669109	0,02
9	1	1279,361216	1281,31	1,948784305	0,15
Сумарне відхилення			144,8292755	1,87	

Таким чином, за результатами розрахунків за допомогою програми Design Expert 12 створені адекватні математичні моделі (відхилення розрахункових величин від експериментальних становлять у середньому 1,5%), що відображають результати експериментів у вигляді формул:

(3) - Залежність «Ціна» від співвідношення «Синій чай» - «Шипшина»

(4-5) - Залежність «БАР» від співвідношення «Синій чай» - «Шипшина»

(4),(6) - Залежність «Фенольні речовини» від співвідношення «Синій чай» - «Шипшина»

Програма Design Expert 12 також дозволяє оцінити деякі кореляційні залежності між факторами і відгуками [14, 15], наприклад, для відгуку «Фенольні речовини» вони набувають вигляду, який вказаний на рис.11.

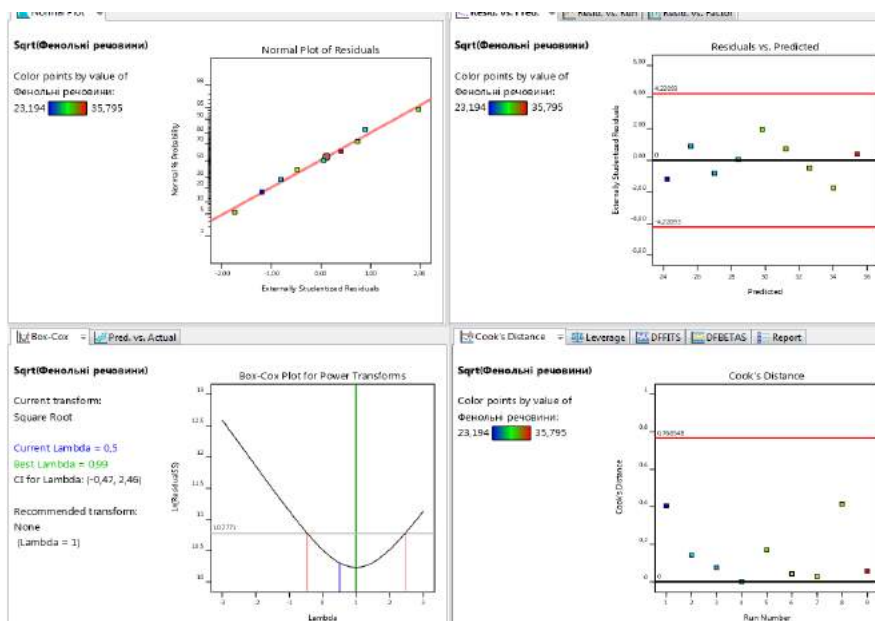


Рис.11 Залежності відгуку «Фенольні речовини» від факторів



Результати досліджень. У роботі для створення нового виду морозива з додаванням збагачувальних добавок побудовано адекватні математичні моделі залежностей «Ціна», «БАР», «Фенольні речовини» від співвідношення «Синій чай» - «Шипшина», або, говорячи математичною мовою, знайдено емпіричні залежності відгуків на вхідні параметри. Такі математичні моделі надалі допоможуть при розрахунках оптимального співвідношення факторів отримання заданих властивостей нового морозива.

Наукова новизна таких результатів полягає у отриманні нових математичних моделей залежності параметрів нового сорту морозива від співвідношення купажу вхідних інгредієнтів – синього чаю та шипшини. Оптимальний план експерименту, а також обробка експериментальних даних були проведені за допомогою регресійно-кореляційного методу аналізу у програмі Design-Expert, яка є сучасним еталоном у галузі подібних розрахунків.

References

- [1]. S. Gao, Y. Zhou, J. Lu, X. Zhang, "Mathematical modeling and simulation of food processing and bio-processing", *Food Engineering Reviews*, vol. 10, no. 2, pp. 65-81, 2018.
- [2]. M. A. A. Meireles, J. L. R. Lopes, "Mathematical modeling applied to food freezing: A review", *Journal of Food Engineering*, vol. 231, pp. 115-127, 2018.
- [3]. Bartkovskiy I.I., Polishchuk H.Ye., Sharakhmatova T.Ye. ta in. *Tekhnolohiia morozyva*. - K.: 2010.- S. 25-27.
- [4]. Grounding and Development of Low-Lactose Biologically Active Milk Ice Cream Formula / A. Trubnikova, O. Chabanova, T. Sharahmatova, S. Bondar, S.Vikul. *Path of Science: International Electronic Scientific. Traektoriia Nauki - Path of Science*. 2018. Vol. 4, No 9. P. 3001-3021. DOI: 10.22178/pos.38-7. [Elektronnij resurs]. - Rezhim dostupu: <http://pathofscience.org/index.php/ps/article/view/544>
- [5]. Pokhrel, P. R., & O'Mahony, J. A. Mathematical modeling of ice cream texture with recent applications. *Journal of Food Engineering*, 236, pp. 251-259, 2018.
- [6]. Koc, B., & Kocabiyik, H. Optimization of ice cream production in terms of mix ingredients using D-optimal design and response surface methodology. *Journal of food science and technology*, 49(1), pp. 31-38, 2012.
- [7]. Rafael García-García, Ángel A. Carbonell-Barrachina. *Mathematical Modeling of Food Products Engineering*, *Food Engineering Reviews*, 7(4), pp. 429-448, 2015.
- [8]. Jaroslaw Korczyński, Zygmunt Kowalski, and Łukasz Rydzkowski. *Computer Models in Food Technology: From Elementary Principles to Complex Applications*, CRC Press, 2020, ISBN: 9780367353137. - 350 p.
- [9]. Iorgachova K., Sokolova N., Kotlyk S. Optimization of recipe for bakery products with low-moisture content for reducing the glycemic index // *Food science and technology*. Vol. 13, Issue 2. pp. 4-14, 2019.
- [10]. New information technologies, simulation and automation: Monograph / Velychko V., Voinova S., Kotlyk S. Sokolova O., et al; Editor-in-Chief Kotlyk S. *Iowa State University Digital Press*. ISBN 978-1-958291-01-6, 2022. - 724 p.
- [11]. Kari A. Gobius, Harjinder Singh. *Designing Foods: Animal Product Options in the Marketplace*. Academic Press, 2019, ISBN: 9780128143747. – 444 p.
- [12]. Andrey Y. Abramov, Irina V. Nevskaya, Alexander P. Sergeev. *Mathematical Modeling in Food Science and Engineering*. Nova Science Publishers, 2018, ISBN: 9781536137280. – 251 p.
- [13]. Design-Expert version 12. [Elektronnij resurs]. - Rezhim dostupu: <https://www.statease.com/software/design-expert/>.
- [14]. Design-Expert User's Guide. Stat-Ease, Inc., 2020, Digital (PDF). – 367 p.
- [5]. Stat-Ease. *Statistics made easy*. [Elektronnij resurs]. - Rezhim dostupu: <https://www.statease.com/>.
- [16]. Cornell, J. A. *Experiments with Mixtures: Designs, Models, and the Analysis of Mixture Data*, John Wiley & Sons, 2016, ISBN: 978-1-118-14616-7.- 816 p.

Отримана в редакції 07.06.2023. Прийнята до друку 16.04.2023. Received 07 June 2023. Approved 16 June 2023. Available in Internet 19 June 2023.